Títol: **Generació d'escenaris per a l'optimització de l'oferta al mercat elèctric**

Alumna: **Elisenda Vila Jofre**

Director: **F. Javier Heredia Cervera**
Co-directora: **Cristina Corchero García**

Data: **Setembre 2007**

Agraïments

Aquest projecte no és més que el final d'un llarg viatge que va començar ara fa tres anys, quan en un moment delicat de la meva vida vaig conèixer una persona molt especial. Va ser ell qui va saber donar-me força per a prendre la decisió de començar la Diplomatura d'Estadística i qui des de llavors ha estat al meu costat en tots aquells moments que ho he necessitat, que no han estat pocs. Moltes gràcies JuanMa.

Gràcies a les amigues per les estones de messenger, per les converses en la distància, pel suport, per confiar en mi més del que jo sóc capaç de fer. Mireia i Laia, què hagués estat de mi sense vosaltres?

Gràcies a la Mercè i a tota la gent la l'FME. Gràcies a tots per fer de la feina un plaer en lloc d'una obligació.

Gràcies als meus directors: el professor Javier Heredia i la Cristina Corchero. Gràcies per donar-me l'oportunitat de treballar amb vosaltres. Agraeixo molt la vostra paciència amb mi i els vostres inestimables consells i correccions.

Moltes gràcies a tots aquells que heu passat per a la meva vida durant aquest temps. Cadascú de vosaltres ha deixat una petita empremta en mi.

ÍNDEX

ÍNDEX DE FIGURES

ÍNDEX DE TAULES

Introducció

Resum

El sector elèctric espanyol ha passat en els darrers anys de tenir una estructura de preus regulada per el govern a una estructura de mercat on els preus de l'energia es marquen en funció de l'oferta i la demanda. Aquest nou entorn canvia els problemes als quals s'enfronta una companyia generadora, ja que desconeix el preu al que li pagaran la producció i la producció final. Per a poder introduir aquesta informació en els models d'optimització necessitem representar la incertesa de manera que sigui apropiada per a la seva computació. És en aquest punt on neix la necessitat de construir els arbres d'escenaris.

Al llarg d'aquest projecte es detallen els procediments seguits per tal de construir els arbres d'escenaris i se'n descriu una possible aplicació en un model d'optimització.

L'estructura del projecte és la següent

- **Capítol 1:** En el primer capítol s'expliquen els conceptes bàsics per a poder entendre la terminologia usada al llarg del projecte i per a situar el projecte en el context en el qual es desenvolupa.
- **Capítol 2:** Al segon capítol s'explica què és un arbre d'escenaris i la metodologia que s'ha seguit per a construir-los.
- **Capítol 3:** Aquest capítol està dedicat a la implementació del model de generació d'escenaris en el llenguatge de programació AMPL.
- **Capítol 4:** Inclou l'estudi computacional de les diferents opcions de generació d'arbres d'escenaris.
- **Capítol 5:** On s'hi poden trobar les conclusions del treball i les línies futures d'estudi.

Objectius

Objectius personals

Els objectius personals que ens hem marcat al començar el projecte es poden resumir en els següents punts:

- Aprofundir en el coneixament de la Investigació Operativa.
- Introducció a la Programació Estocàstica.
- Introducció a les àrees d'aplicació pràctica de les tècniques de Investigació Operativa i la Programació Estocàstica .
- Aprendre l'ús d'AMPL com a llenguatge de modelització i com a eina d'optimització.
- Aprendre a fer servir MINOS per a resoldre problemes d'optimització no lineal amb constriccions

Objectius del treball

Els objectius específics que s'han plantejat per aquest projecte es poden resumir en els següents punts:

- Estudi de les tècniques de construcció d'un arbre d'escenaris.
- Disseny d'un model d'optimització per a la generació d'arbres d'escenaris amb tècniques d'ajust de moments
- Implementació del model en AMPL.
- Estudi del comportament computacional del mètode desenvolupat.
- Aplicació dels resultats obtinguts a un model d'optimització del mercat elèctric.

▪ Nota:

Les unitats en les que s'expressen les variables són:

- Preu : cèntims d'euro per kilowat hora (c€/kWh)

CAPÍTOL 1

Conceptes bàsics

Aquest primer capítol és un calaix de sastre on s'han inclòs breus descripcions del conceptes fonamentals per entendre el nucli del projecte. Malgrat que a primer cop d'ull puguin semblar inconnexos, cada un d'ells és una peça clau a l'hora de comprendre la situació en la què s'emmarca el treball. Així doncs tractarem breument els conceptes de *programació estocàstica*, *el mercat elèctric espanyol*, l'*origen del problema* que volem resoldre, les *sèries temporals* i el *problema d'optimització* que farem servir per mostrar la utilitat dels arbres d'escenaris.

1.1 Introducció a la programació estocàstica

La programació estocàstica és una metodologia per a la modelització de problemes d'optimització que inclouen incertesa. Mentre que els problemes d'optimització determinista estan formulats amb paràmetres coneguts, els problemes del món real gairebé sempre inclouen paràmetres desconeguts en el moment de prendre les decisions. Quan els paràmetres són desconeguts però es considera que pertanyen a un conjunt donat de possibles valors, una opció seria buscar la solució que sigui factible per a qualsevol tria de paràmetres i òptima per una funció objectiu donada. Els models de programació estocàstica són similars en estil però intenten tenir en compte l'avantatge que suposa el fet que les distribucions de probabilitat que governen les dades són conegudes o poden ser estimades. Sovint aquests models s'apliquen a escenaris en què les decisions es prenen repetidament essencialment en les mateixes circumstàncies, i l'objectiu és arribar a una solució que funcioni bé per a la majoria de casos.

Les variables de decisió d'un model de programació estocàstica es poden dividir en dos grups. Les variables de primera etapa són aquelles que corresponen a les decisions que poden ser preses abans que es conegui la realització de la variable aleatòria. El període en el qual es prenen aquestes decisions es coneix com a primera etapa.

Les variables de segona etapa són aquelles que depenen de la realització de la variable aleatòria i per tant només poden ser preses després de la seva realització. El període corresponent s'anomena segona etapa.[1]

1.1.1 Formulació general d'un problema de programació estocàstica de dues etapes

La formulació general d'un problema estocàstic lineal de dues etapes amb recurs fix és:

$$
\begin{aligned}
&\min \quad z = c^T x + E_x \left[\min \; q(w)^T y(w)\right] \\
&s.a. \\
&Ax = b \\
&T(w)x + Wy(w) = h(w) \\
&x \geq 0; y(w) \geq 0
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

on les decisions de primera etapa venen representades per les variables x i els vectors coneguts c a $\Re^{n_1}$, b a $\Re^{m_1}$ i A a $\Re^{m_1 x\, n_1}$. La segona etapa ve representada per les variables y(ω), la matriu W a $\Re^{m_2 x\, n_2}$, coneguda com la matriu de recurs i que es considera fixa, i els vectors q(ω) a $\Re^{n_2}$, h(ω) a $\Re^{m_2}$ i T(ω) a $\Re^{m_2 x\, n_2}$ dependents de la variable aleatòria ξ. E_ξ representa l'esperança matemàtica respecte la variable aleatòria ξ.

La funció objectiu (1.1) conté un terme determinista, $c^T x$, i l'esperança de la funció objectiu de la segona etapa, $q(w)^T y(w)$, que té en compte totes les possibles realitzacions de la variable aleatòria. Aquesta formulació fa que les decisions de primera etapa es prenguin tenint en compte la incertesa de la futura realització de ξ. A la segona etapa, un cop observada la realització ω de la variable aleatòria ξ, es coneixen q(ω), h(ω) i T(ω) i és llavors quan s'ha de prendre la decisió

[1] A. Shapiro & A. Philpott. *A Tutorial on Stochastic Programming* **[12]**

corresponent a la variable $y(\omega)$. Per tant, les decisions de primera etapa es prenen tenint en compte el seu futur efecte.[2]

1.2 El mercat ibèric de l'energia elèctrica (MIBEL)

Amb la llei 54/1997 del Sector Elèctric es canvia el marc normatiu espanyol, donant pas a les bases per a liberalització del mercat elèctric i l'organització del nou marc normatiu. Aquesta llei neix amb un triple objectiu: garantir el proveïment d'energia a tots els consumidors i garantir-ne la qualitat, assolint aquests objectius amb el mínim cost per al consumidor. [3]

El nou model d'organització abandona el concepte de servei públic substituint-lo per una garantia expressa de subministre per a tots els consumidors que demandin el servei dins del territori nacional. La generació de l'energia elèctrica organitza el seu funcionament sota el principi de la lliure competència amb la creació d'un mercat liberalitzat. Això suposa passar d'un model on la planificació de la generació elèctrica es duia a terme seguint els criteris de política energètica de l'estat (on el preu venia fixat pel sistema) a una situació on la planificació i el preu venen determinats per un procés de cassació de les ofertes de generació d'energia elèctrica amb les demandes de compra.

Es liberalitza la distribució i la comercialització de l'energia elèctrica. Per al correcte funcionament del sistema es creen les figures de l'operador de mercat, que s'encarrega de la gestió econòmica del mercat de producció, i de l'operador del sistema, que realitza la gestió tècnica del sistema elèctric.

El mercat de producció comprèn el conjunt de mecanismes que permeten conciliar la lliure competència en la generació de l'energia elèctrica amb l'exigència de disposar d'un subministre que compleixi els criteris de seguretat i qualitat exigits.

Les transaccions d'energia que els agents negocien dins del mercat de producció responen a les seves previsions de demanda, de capacitat de generació i de la capacitat de la xarxa de transport.

El mercat elèctric inclou els mercats de futurs, el mercat diari i els mercats intradiaris.

[2] J.R.Birge, F. Louveaux. *Introduction to Stochastic Programming* **[3]**
[3] OMEL **[15]**

1.2.1 El mercat diari

El mercat diari, com a part integrant del mercat de producció d'energia elèctrica, té com a objectiu portar a terme les transaccions d'energia elèctrica per al dia següent mitjançant la presentació d'ofertes de venda i adquisició d'energia elèctrica per part dels agents del mercat.

Les ofertes es presenten a l'operador del mercat i s'inclouen en un procediment de cassació que té efectes sobre l'horitzó diari de programació, que correspon al dia després del dia de tancament de la recepció d'ofertes per a la sessió. Consta de 24 períodes horaris consecutius de programació (que seran 23 ò 25 aquells dies que hi hagi canvi d'hora).

Els compradors en el mercat de producció d'energia elèctrica són els distribuïdors, els comercialitzadors, els consumidors qualificats i els agents externs amb participació autoritzada pel Ministeri d'Indústria i Energia. Els compradors poden presentar ofertes d'adquisició d'energia elèctrica al mercat elèctric diari. A la figura 1 podem veure representada l'estructura del mercat ibèric d'energia elèctrica.

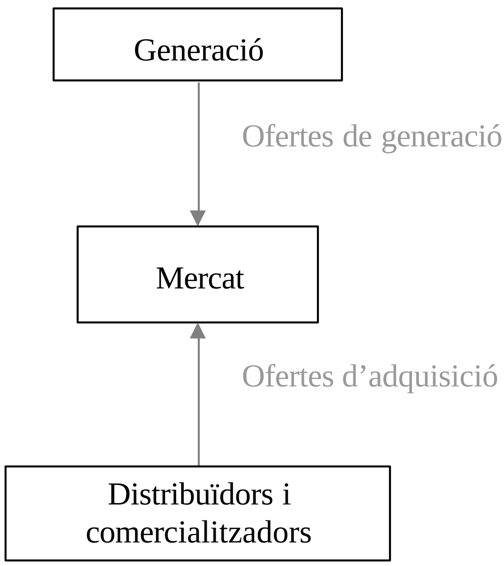


Figura 1: Estructura del mercat ibèric de l'energia elèctrica

L'operador del mercat és qui realitzarà la cassació de les ofertes econòmiques de compra i venda de l'energia elèctrica. El mètode de cassació usat és aquell que obté de manera independent el preu marginal, així com el volum d'energia elèctrica que s'accepta per a cada unitat de producció i adquisició per a cada període horari de programació. El preu en cada període horari serà igual al preu del darrer tram de l'oferta de venda de la darrera unitat de producció que hagi estat acceptada per a poder satisfer la demanda.[4] El procés de cassació es pot veure representat a la figura 2.

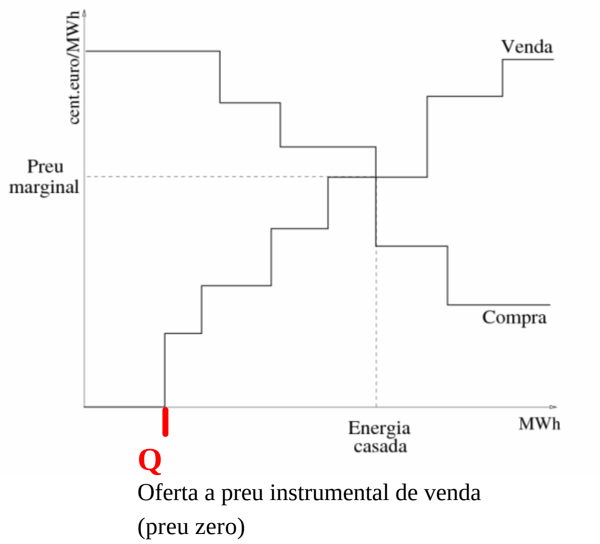


Figura 2: Cassació de les ofertes

1.3 Series temporals

Una sèrie temporal és el resultat d'observar els valors d'una variable al llarg del temps en intervals regulars (cada dia, cada més, cada any, etc.).

El preu de l'energia elèctrica és una seqüència de dades ordenades que depenen de l'instant del temps en el qual s'observen. A cada instant de temps obtenim una nova observació, i per tant aquesta nova observació depèn de totes les observacions en instants de temps anteriors igualment espaiats.

Formalment, podem representar les observacions de la variable com: $x_{t_1}, x_{t_2}, \ldots, x_{t_n}$ on cada observació està associada a un instant de temps $t_1 < t_2 < \ldots < t_n$, ja que només s'obté una sola dada per a cada instant t. Aquesta associació fa que les dades no siguin independents entre elles, i per tant, que la variable preu es pugui definir com a una sèrie temporal.[5]

La sèrie de preus que fa servir el nostre projecte correspon a la sèrie de preus del Mercat Diari Espanyol considerada des del dia 1 de gener de 2005 fins al 23 d'octubre de 2006.

---

[4] OMEL Operador del Mercado Ibérico de Energía **[15]**
[5] Daniel Peña. *Análisis de series temporales***[11]**

El logaritme del preu segueix una estructura ARIMA $(0,1,23)(9,0,0)_{24}(0,1,2)_{168}$. El model a partir del qual es calculen les previsions és:[6]

$$\begin{aligned}&(1+0{,}03353B^{12}-0{,}25191B^{13}-0{,}04143B^{23})(1-0{,}09757B^{96}-0{,}10548B^{120}-0{,}08429B^{144}\\&-0{,}53509B^{168}-0{,}02886B^{336})X_t=(1+0{,}22875B^{1}+0{,}12754B^{2}+0{,}08919B^{3}+0{,}0849B^{4}\\&+0{,}04969B^{5}+0{,}05549B^{6}+0{,}2971B^{13})(1-0{,}1951B^{24}-0{,}12308B^{48}-0{,}1133B^{72}\\&+0{,}42465B^{168}-0{,}04049B^{504})(1+0{,}9760B^{168})Z_t\end{aligned}$$

on $Z_t \sim \mathrm{N}(0, s_t^2)$ i $s_t^2 = 0.004305 + 0.314657\dfrac{Z_{t-1}^2}{0.009352} + 0.29018 \cdot s_{t-1}^2$

A partir d'aquest model es realitzen les previsions a 48 hores mitjançant l'ús del paquet estadístic SAS. D'aquestes previsions, fetes sobre el logaritme del preu, obtenim la mitjana i la desviació estàndard del preu.

Per a incorporar la màxima informació estadística possible, es calcula també la curtosi i l'apuntalament de la sèrie històrica així com les correlacions entre les diferents hores.

L'estudi de la sèrie temporal dels preus de l'energia elèctrica no és per tant part dels nostres objectius en l'elaboració del projecte. A partir d'aquest punt considerarem les previsions fetes, l'apuntalament, la curtosi i les correlacions entre les hores com a dades d'entrada per al model d'optimització no lineal que implementarem.

1.4 Origen del problema

En l'entorn en el que es mou el sector de l'energia elèctrica espanyola des de la seva reestructuració, una de les tasques principals a dur a terme per les companyies generadores és redefinir les seves polítiques de producció. Cal que determinin la resposta òptima d'una unitat tèrmica dins d'aquest mercat competitiu. Per a poder maximitzar els seus beneficis han de decidir quanta energia ofereixen al mercat, en quins períodes del dia i a quin preu. Els preus del mercat, que són els que al final marcaran els beneficis obtinguts per unitat d'energia venuda, són aleatoris i depenen de múltiples factors. Aquesta incertesa afegeix complexitat al problema.

Com ja s'ha esmentat abans, les companyies elèctriques tenen la necessitat d'incloure algun tipus d'estimació del preu de l'energia fixat pel Mercat Elèctric dins dels models d'optimització.

Però aquesta informació cal incloure-la de manera que sigui apropiada per a la seva computació. Per poder resoldre el problema de representar les incertesa de manera que sigui adequada per a la seva inclusió als models de programació estocàstica requerim la generació d'arbres d'escenaris.

I per a crear els arbres d'escenaris necessitem tenir informació sobre la distribució que segueix la variable preu. Les dades emprades en aquest projecte provenen dels resultats obtinguts en el PFC Amell et Bernaldez[6], on es defineix la variable preu com a una sèrie temporal.

1.5 Problema d'optimització

Com s'ha comentat en apartats anteriors, el model que es presenta a continuació respon a les noves necessitats d'una companyia generadora elèctrica a l'hora de planificar la seva producció dins dels mercats energètics. Es presenta un model simplificat creat amb l'objectiu d'il·lustrar la necessitat de la construcció dels arbres d'escenaris.

Suposem que cada companyia disposa d'un conjunt de contractes de futurs, F, signats amb antelació a la cassació del Mercat Diari. Això implica que la companyia coneix la quantitat mínima de producció que ha de cassar al mercat, que serà la suma de les quantitats de cada contracte de futur, Lf. Per tant, la companyia a de decidir com produir de forma òptima a través del parc d'unitats tèrmiques aquesta quantitat. Per garantir que aquesta quantitat entra en la cassació del mercat s'ofereix a preu instrumental de venda (0€/MW) dins de l'oferta de cada unitat.

Es formula de forma extensa un problema estocàstic amb recurs fix, funció objectiu quadràtica i constriccions lineals. La variable aleatòria representa el preu del mercat diari, l, i s'ha d'introduir al model mitjançant un arbre d'escenaris. Les variables de decisió de primera etapa són l'oferta a preu instrumental de venda q_i^t per cada unitat t i interval i , i $q_{if}^{F,t}$ la part d'aquesta oferta assignada a cada contracte de futur f. Les variables de segona etapa, que depenen de l'escenari considerat, són la potència total casada, p_i^{ts} per cada unitat t, interval i i escenari s, és a dir, la quantitat total d'energia que hauria de produir la unitat t si el preu de mercat a l'interval i fos exactament el predit per l'escenari s.

[6] M. Amell, L. Bernáldez. *Previsió de preus i planificació de la producció en el mercat elèctric espanyol.*

1.5.1 Notació:

Conjunts:

I : nombre total d'intervals del dos períodes (48 en el nostre cas).

I^1: nombre total d'intervals del primer període (24 en el nostre cas).

F : nombre de contractes de futurs.

S : nombre d'escenaris

T_{on}: conjunt de parell ordenats (t,i) corresponents a tèrmiques t obertes durant el període i.

R : nombre de conjunts d'escenaris

$B(r)$: conjunt ordenat d'escenaris que pertanyen al grup r, $r = 1,\ldots R$.

Paràmetres:

L_f : quantitat d'energia a produir pel contracte f, $f = 1,\ldots,F$.

P_s: probabilitat de l'escenari s, $s = 1,\ldots,S$.

l_i^s : preu de mercat per l'escenari s, interval i, $\forall s = 1,\ldots,S, \forall i = 1,\ldots,I$.

$\overline{P}^t$: potència màxima unitat t, $\forall t \in T_{on}$.

$\underline{P}^t$: potència mínima unitat t, $\forall t \in T_{on}$.

c_l^t : terme lineal de la funció de costos de producció unitat t, $\forall t \in T_{on}$.

c_q^t : terme quadràtic de la funció de costos de producció unitat t, $\forall t \in T_{on}$.

1.5.2 Model:

$$
\begin{array}{llll}
\min & \displaystyle\sum_{(t,i)\in T_{on}} \sum_{s=1}^{S} P_s((c_l^t - l_i^s)\, p_i^{ts} + c_q^t (p_i^{ts})^2 & & \\
s.a. & p_i^{ts} \ge q_i^t & \forall (t,i) \in T_{on}, s = 1,\ldots,S & (a) \\
 & q_i^t \ge \displaystyle\sum_{f\in F} q_{i,f}^{Ft} & \forall (t,i) \in T_{on} & (b) \\
 & \displaystyle\sum_{(t,i)\in T_{on}} q_{if}^{F,t} = L_j & i = 1,\ldots,I\,,\ f = 1,\ldots,F & (c) \qquad (1.2) \\
 & p_i^{tj} = p_i^{tk} & \begin{cases} \forall j,k \in B(r), j \ne k, r = 1,\ldots,R \\ \forall (t,i) \in T_{onI}, i = 1,\ldots,I^1 \end{cases} & (d) \\
 & p_i^{ts} \le \overline{P}^t & \forall (t,i) \in T_{on}, s = 1,\ldots,S & (e) \\
 & q_i^t \ge \underline{P}^t & \forall (t,i) \in T_{on} & (f)
\end{array}
$$

La funció objectiu minimitza la esperança de la diferència entre els costos de producció i els beneficis obtinguts de la venda de l'energia al mercat.

Les constriccions defineixen la relació entre l'energia total casada i l'oferta a preu instrumental (a), relacionen l'oferta a preu instrumental total i per cada unitat (b) i garanteixen la producció del total de l'energia dels contractes de futurs (c). El conjunt (d) són les constriccions de no-anticipativitat[7], i cal imposar-les per tal que les variables de decisió de segona etapa associades a la mateixa branca del primer període tenen el mateix valor, i modelitzen el fet que les decisions preses durant el primer període només poden tenir en compte la informació disponible en aquell moment. Per últim s'afiten les variables de producció, (e) i (f).

[7] J.R.Birge, F. Louveaux. *Introduction to Stochastic Programming.***[3]**

CAPÍTOL 2

Arbres d'escenaris

2.1 Arbres d'escenaris

2.1.1 Motivació

En els models d'optimització sota incertesa, és essencial representar aquestes incerteses d'una manera tal que siguin apropiades per a la computació. Si les variables estan representades per distribucions contínues multidimensionals, o per distribucions discretes amb un gran nombre de resultats, la computació resulta difícil perquè els models requereixen la integració sobre aquestes variables ja sigui d'una manera explícita com implícita. Per a prevenir aquest problema, normalment es recorre al mostreig o a procediments que reemplacen les distribucions per petits conjunts de resultats discrets.

L'enfocament estàndard per aproximar una distribució contínua per una distribució discreta és la següent: dividir la regió de resultats en intervals, seleccionar un punt que representi a cada interval i assignar probabilitat a cada punt.

Aquest tipus d'aproximació construeix arbres d'escenaris discretitzant cada variable individualment. El mètode usat en aquest projecte aproxima resultats de múltiples variables d'una manera simultània. La idea sobre la que rau el mètode és minimitzar algun tipus de distància entre les especificacions i les propietats estadístiques de l'aproximació discreta. Part del problema és doncs quines propietats són rellevants per a un cas donat.[8]

2.1.2 L'estructura d'arbre

Una estructura d'arbre és una forma de representar la naturalesa jeràrquica d'una estructura d'una manera gràfica. S'anomena estructura arbòria perquè el gràfic s'assembla una mica a un arbre, encara que en general es mostra cap per vall en comparació amb els arbres reals. L'arrel es troba a la part superior, mentre que les fulles estan a la part inferior.

Totes les estructures arbòries tenen un membre que no té cap superior. Aquest membre s'anomena arrel o node arrel i es pot pensar com el node inici.

Els noms de les relacions entre els nodes s'anomenen de la mateixa manera que les relacions familiars.[9]

- Cada node c, excepte el node arrel, està connectat per exactament una aresta a un altre node p. El node p és el pare de c, i c es un fill de p. Un node p pare d'un altre node c es troba en un nivell superior en la jerarquia i més a prop del node arrel.
- L'arc que connecta un node p pare amb el seu node fill c s'anomena branca.
- Els germans (fills) són els nodes que comparteixen el mateix node pare.
- Un node que connecta amb tots els nodes d'un nivell posterior s'anomena predecessor.
- Un node fulla és un node que no té cap fill.
- La profunditat d'un node és la llargada del camí des de l'arrel fins al node. L'alçada d'un node és la llargada del camí des d'aquest node fins a la seva fulla més profunda.

Podem veure representada aquesta estructura a la figura 3.

[8] K. Höyland, S.W. Wallace. *Generating Scenario Trees for Multistage Decision Problems.* **[8]**

[9] M.A.Weiss. *Data Structures & Problem Solving Using Java.* **[13]**

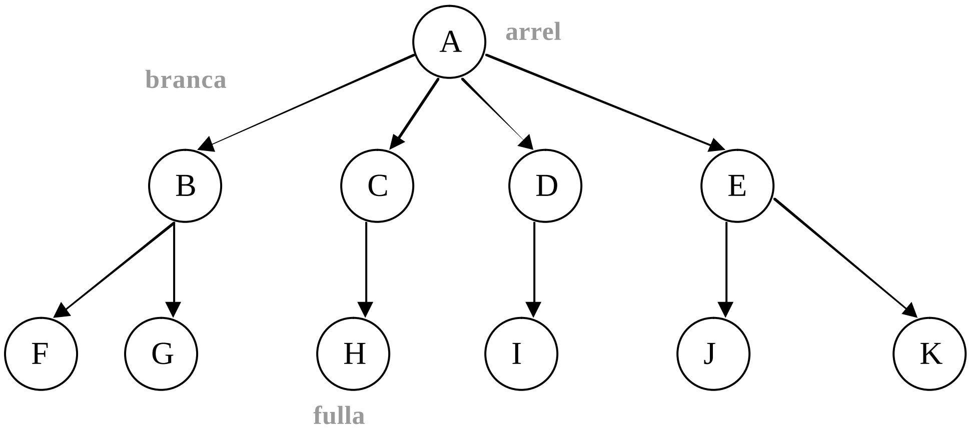


Figura 3: Estructura d'arbre

2.1.3 Arbres d'escenaris: Introducció

El node arrel en un arbre d'escenaris representa el dia d'avui i és observable a partir de les dades determinístiques. Els nodes següents representen els esdeveniments del mon que són condicionals als períodes següents. Els arcs que connecten els nodes representen diverses realitzacions de les variables sota incertesa.[10]

El conjunt de nodes i branques que van des de l'arrel fins a una de les fulles descriuen una possible realització de les variables. Així doncs farem servir la paraula escenari per a designar aquest conjunt d'esdeveniments, tal i com podem veure representat a la figura 4.

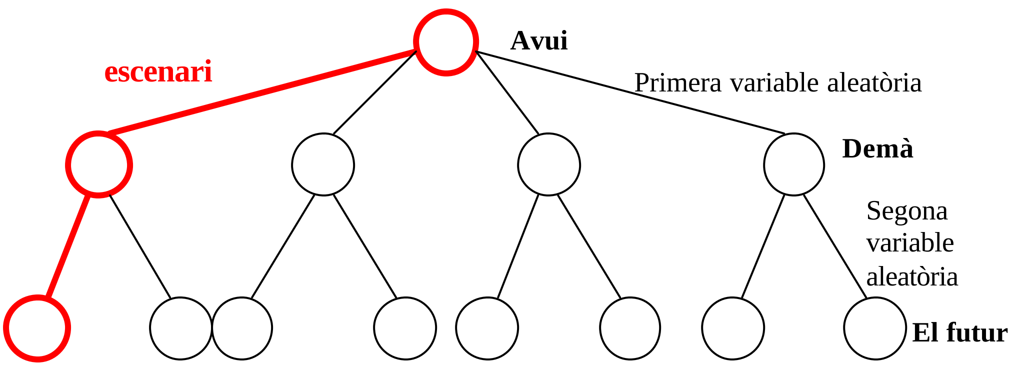


Figura 4: Arbre d'escenaris

[10] P. Kall, S.W. Wallace. *Stochastic Programming* **[9]**

La situació ideal és que el conjunt generat d'escenaris representi tot l'univers de possibles realitzacions de la variable aleatòria. Llavors, l'arbre d'escenaris hauria d'incloure tan projeccions optimistes com pessimistes.

Tal i com ja s'ha comentat al primer capítol, els arbres que construirem estan associats al problema preu de l'energia elèctrica. Això suposa que per a descriure el nostre arbre també necessitarem terminologia específica relacionada amb el nostre problema.

Les nostres variables aleatòries estan relacionades amb els preus del mercat diari. El mercat diari consta de 24 períodes horaris consecutius. A cada un d'aquests períodes l'anomenarem simplement hora. Així doncs, per a cada node del nostre arbre tindrem 24 hores.

Tots els nodes que tinguin la mateixa profunditat direm que pertanyen a la mateixa etapa o fase del nostre algorisme. Cada etapa està associada a un punt del temps. És a dir, la primera etapa contindrà les realitzacions corresponents al primer dia, la segona etapa aquelles que corresponen al segon dia i així successivament.

Els arbres d'escenaris s'acostumen a representar també de manera que el node arrel estigui situat a l'extrem esquerra i l'arbre tingui una forma horitzontal en lloc de vertical.

2.1.4 Arbres d'escenaris: fan

Hi ha un tipus d'arbres d'escenaris, que presenten una estructura fixa, i que s'anomenen *fan*. Un fan és un arbre d'escenaris on, a partir del node arrel, hi ha un ventall de realitzacions possibles per el dia de demà. Però a partir d'aquest punt les possibles realitzacions de la variable aleatòria són úniques. El camí que porta d'un node fulla fins al node arrel segueix essent un escenari. En aquest cas, doncs, el nombre total d'escenaris és sempre igual al nombre de possibles realitzacions de la variable en la primera etapa. Podem veure representada l'estructura d'un fan a la figura 5.

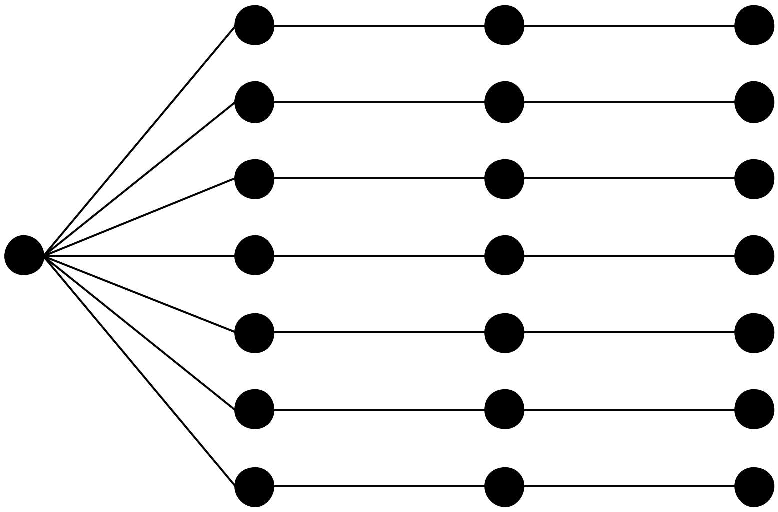


Figura 5: Fan

L'algorisme descrit en aquest projecte serveix també per a construir *fans*. Per a la seva construcció hem generat un arbre amb un únic període on calculem a la vegada els 24 valors del preu per al primer dia i els 24 valors del preu per al segon dia.

2.2 Maneres de construir arbres d'escenaris

Hi ha dues grans famílies de tècniques per a la construcció d'arbres d'escenaris: les tècniques de generació i les tècniques de reducció. En aquest projecte ens centrarem exclusivament en les tècniques de generació.

Dins de la generació, hi ha diverses maneres de construir arbres d'escenaris que es poden dividir en tres famílies diferents: aproximació mitjançant simulació i clustering, aproximació per optimització i aproximació híbrida. Podem trobar una descripció d'aquests mètodes al treball de Gülpinar, Rustem i Settergren[11] de l'any 2004.

En línies generals l'algoritme per a construir arbres d'escenaris usant el **mètode de simulació** consisteix en :

1. Crear un node arrel amb N escenaris i inicialitzar-los amb el preu actual
2. Per a cada punt simular la situació al període següent
3. Escollir de forma aleatòria el nombre de diferents escenaris al volant dels quals agrupar la

[11] N. Gülpinar, B. Rustem, R. Settergren. *Simulation and optimization approaches to scenario tree generation.* **[7]**

resta: un per a cada branca desitjada a l'arbre

4. Agrupar cada escenari amb el punt llavor que tingui més a prop.
5. Seleccionar per a cada cluster l'escenari que estigui més proper al centre i designar-lo com a centroide.
6. Crear un node fill en l'arbre d'escenaris per a cada cluster amb probabilitat proporcional al nombre d'escenaris que hi ha a cada cluster . Si els nodes obtinguts no són nodes fulla posar-los a la llista de nodes per explorar. Si la llista no es buida tornar a 2, altrament finalitzar l'algorisme.

En l'**aproximació mitjançant l'optimització** és la persona encarregada de prendre les decisions qui especifica les propietats estadístiques rellevants per a la resolució del problema que han de complir les variables. Hi ha dues maneres diferents d'afrontar aquest tipus de problemes: resolent el problema amb una sola iteració o resolent un problema per a cada un dels nodes de l'arbre (optimització seqüencial). Aquest tipus de model, en la seva versió seqüencial, és el que es desenvoluparà en el projecte. La figura 6 representa l'estructura d'un arbre construït mitjançant l'optimització seqüencial. Els detalls del model es troben en apartats posteriors.

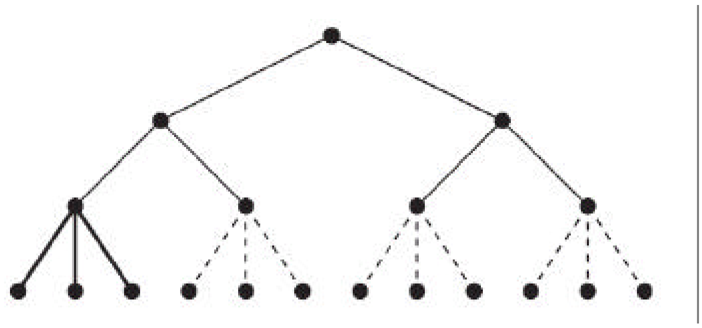


Figura 6: Optimització Seqüencial

L'**aproximació híbrida** combina les principals idees de les aproximacions mitjançant la simulació i l'optimització. En aquest tipus d'aproximació, les realitzacions de les variables s'obtenen com a centriodes dels clusters obtinguts mitjançant simulació i es substitueixen al model d'optimització. Les probabilitats són llavors determinades resolent el problema d'optimització, que ara té una mida considerablement menor.

2.3 Aproximació mitjançant l'optimització

El punt de partida per crear un arbre d'escenaris es la descripció de les propietats estadístiques de les variables aleatòries. Si les variables aleatòries són discretes amb un nombre petit de possibles resultats, la generació de l'arbre és immediata, ja que es pot fer d'una manera manual. Malgrat això, en tota la resta de casos, construir l'arbre manualment és una feina pràcticament impossible. Per això necessitem un procediment per a generar un arbre d'escenaris amb les correctes propietats estadístiques. En alguns casos les característiques estadístiques especificades descriuen de forma parcial la distribució que segueixen les variables aleatòries, mentre que en altres casos la distribució de referència és desconeguda.

Les propietats estadístiques es preserven fent que els valors de les variables aleatòries i les probabilitats de l'arbre d'escenaris siguin variables de decisió en un problema d'optimització on l'objectiu és minimitzar el quadrat de la distància entre les propietats estadístiques especificades i aquelles de l'arbre construït.

Definim S com el conjunt de les propietats estadístiques que ha de complir la variable aleatòria (moments i covariàncies) i SV_i el valor especificat per a cada $i \in S$. Considerant que x i p corresponen respectivament a la realització de la variable aleatòria i a la seva probabilitat i considerem que $f_i(x, p)$ és l'expressió matemàtica per a la propietat $i \in S$ (per exemple la mitjana) tenim que el problema es pot formular de manera general com[12]:

$$\min_{x,p} \sum_{i \in S} w_i \cdot \left(f_i(x, p) - SV_i\right)^2$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{i \in S} p_i = 1 \;;\; p \geq 0 \qquad (1)$$

on w_i és el pes per a la propietat estadística donada per l'usuari.

Tal i com s'ha comentat, de manera general es deixa que les probabilitats p siguin una variable dins del problema d'optimització. També es pot tractar p com a paràmetre. En aquest projecte s'han considerat finalment les dues opcions. Si el nostre problema d'optimització és no convex

[12] K. Höyland, S.W. Wallace. *Generating Scenario Trees for Multistage Decision Problems*. **[8]**

o si considerem un problema amb especificacions inconsistents pot ser que no obtinguem una correspondència perfecta (el valor de la funció objectiu pot allunyar-se força de zero). Si en trobem en qualsevol d'aquests dos casos, els pesos w_i poden reflectir la importància relativa de complir cada una de les especificacions.

Ja que el problema d'optimització (1) és en general no convex, la solució pot ser (i probablement serà) una solució local. Però per als nostres propòsits ja és satisfactori obtenir una solució on la distribució de les propietats sigui igual o força propera a zero – encara que puguin existir altres o fins i tot millors solucions. Un valor de la funció objectiu igual o proper a zero indica que la distribució dels escenaris té una perfecta o bona correspondència amb les especificacions donades.

2.4 Model de generació d'escenaris

La generació d'arbres amb un únic període pot ser considerada con un cas particular de la generació d'arbres multi-període, considerant que el nombre de períodes és igual a 1. És per això que considerarem només el cas de la generació d'arbres multi-període.

Tal i com ja s'ha dit abans, el nostre model ajusta les propietats estadístiques obtingudes amb el model a aquells que teòricament haurien de seguir en base a les dades històriques que tenim. Passar d'un a múltiples períodes complica la generació d'escenaris ja que implica tenir en consideració les dependències intertemporals. Algunes propietats depenen clarament de l'etapa en la que ens trobem. Altres, en canvi, poden ser especificades independentment de l'etapa.

En el nostre cas ens hem centrat en els primers quatre moments centrals. El valor esperat i la desviació estàndard dependran del període, mentre que l'apuntalament i la asimetria de la distribució no variaran segons el període.

Com ja s'ha comentat anteriorment hi ha diferents maneres d'afrontar la construcció d'arbres multi-període. La nostra elecció ha estat seguir el procediment seqüencial: s'especifiquen unes propietats estadístiques per al primer període i es generen els resultats per al primer període de tal manera que siguin consistents amb les especificacions donades. Per a cada un dels resultats generats en el primer període s'especifiquen les propietats condicionades del segon període i es generen els resultats del segon període de manera que siguin consistents amb aquestes noves especificacions. Continuem especificant propietats condicionals i generant els resultats corresponents per a cada un dels períodes.

2.4.1 Model

Considerem I={1, 2, ..., n} el nombre de hores que hi ha en un dia. Sigui M_{ik} per a k=1, 2, 3, 4 els primer quatre moments centrals de la distribució de referència. La covariància entre els valors de la hora i i la hora l (tal que $i,l \in I$ i $i < j$) es defineix com a C_{il}.

Considerem N_t el nombre de branques per a un node donat a l'etapa t = 1..T-1. El preu x_{ij} per a $i \in I$, j=1, ... N_t és una variable de decisió en el nostre model, mentre que la probabilitat p_j per a j= 1... N_t la considerarem com a un paràmetre. La forma del nostre problema d'optimització no lineal és la següent[13]:

$$\min_x \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{4} w_{ik}\left(m_{ik} - M_{ik}\right)^2 \ + \sum_{i,j\in I, i<j} w_{il}\left(c_{il} - C_{il}\right)^2$$

$$\text{subjecte a} \quad \sum_{j=1}^{N_t} p_j = 1$$

$$m_{i1} = \sum_{j=1}^{N_t} x_{ij}\, p_j \,, \quad i \in I$$

$$m_{ik} = \sum_{j=1}^{N_t} \left(x_{ij} - m_{i1}\right)^k p_j \,, \quad i \in I \,, \quad k = 2,3,4$$

$$c_{il} = \sum_{j=1}^{N_t} \left(x_{ij} - m_{i1}\right)\left(x_{lj} - m_{l1}\right) p_j \quad i,l \in I \ \text{ i } \ i < l$$

$$p_j \geq 0 \,, \quad j = 1,\ldots, N_t$$

on

$$w_{ik} = \frac{w'_k}{M_{ik}^2} \quad \text{i} \quad w_{il} = \frac{w'_{il}}{C_{il}^2}$$

[13] N. Gülpinar, B. Rustem, R. Settergren. *Simulation and optimization approaches to scenario tree generation.* **[7]**

són els pesos on w'_k per a k=1, ..., 4 és la importància relativa del moment central k i w_{il} és la importància relativa de la covariància entre els preus de les hores $i, l \in I$.

En aquesta formulació, la primera constricció imposa que les probabilitats han de sumar 1 per cada un dels conjunts de branques que surten d'un mateix node, mentre que la resta correspon a la formulació dels quatre primers moments centrals. La darrera constricció assegura que les probabilitats són no negatives. Cal notar que si es substitueix la formula dels moments centrals i les covariàncies a la funció objectiu el que obtenim es un problema d'optimització no lineal amb constriccions en el cas en què p és una variable del model, en el cas en què p és un paràmetre del model és un problema d'optimització no lineal sense constriccions. A la figura 7 podem veure representades les variables i els paràmetres del model.

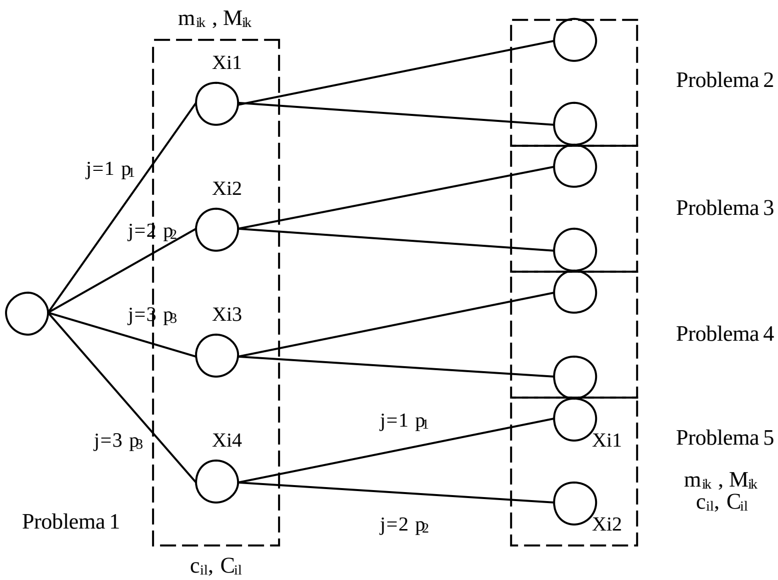


Figura 7: Variables i paràmetres del model

2.4.2 Ponderacions

Tal i com es pot veure en la definició del model s’han inclòs ponderacions tant als moments com a les covariàncies. Mitjançant les ponderacions aconseguim ajustar millor el model, donant major o menor importància al compliment de cada una de les característiques del model.

2.4.2.1 Ponderacions dels moments

Per a ponderar els moments s’han emprat la fórmula següent:

$$w_{ik} = \frac{w'_k}{M_{ik}^2}$$

Per a cada un dels quatre primer moments centrals M_{ik} de cada una de les hores tenim una ponderació que es calcula en funció de la importància de complir les condicions associades al moment k, que ve reflectida per el paràmetre w'_k, i que es troba corregida per la magnitud del valor que té el moment M_{ik}. Aconseguim d’aquesta manera que les ponderacions dels valors associats a un determinat moment i hora que siguin grans tinguin una influència major que aquells que tenen un valor petit.[14]

En el nostre cas hem volgut donar molta més importància al compliment dels dos primers moments centrals que als moments d’ordre tres i ordre quatre. És per a nosaltres doncs més important que els valors de preu que obtinguem s’ajustin més a la mitjana i la desviació estàndard de la nostra distribució que no pas el fet de complir les característiques d’ordre tres i quatre.

[14] N. Gülpinar, B. Rustem, R. Settergren. *Simulation and optimization approaches to scenario tree generation*.**[7]**

2.4.2.2 Ponderació de les covariàncies

De manera anàloga s'han calculat les ponderacions de les covariàncies

$$w_{il} = \frac{w'_{il}}{C_{il}^2}$$

En aquest cas w'_{il} recull la importància relativa de complir la covariància entre la hora i i la hora j, amb $i < j$. Per el mateix motiu que abans aquesta ponderació ve afectada per el valor de la covariància entre les hores i i j.[14]

S'ha volgut donar més importància a complir la covariància entre hores consecutives, amb un decreixement progressiu d'importància. És per això que s'ha considerat w'_{il} com

$$w'_{il} = \frac{1}{l-i}$$

que té sempre un valor positiu, ja que només considerem la triangular superior de la matriu de covariàncies.

2.4.3 Actualització de les previsions

Tal i com ja s'ha comentat, hi ha moments de la distribució de referència que estan calculats en funció de les observacions que hem obtingut en el passat, i per tant les coneixem *a priori*. En canvi hi ha altres moments de la distribució de referència que estan associats al camí que s'ha seguit dins l'arbre d'escenaris, i per tant no poden ser calculats fins que no coneixem aquest camí.

Al node arrel de l'arbre d'escenaris tenim una estimació dels moments al primer període, però també als períodes successius. L'aplanament i la simetria són invariants al llarg de l'arbre, ja que es tracta de característiques generals de la sèrie. En canvi la previsió del preu i la seva variància canvien segons el període en el qual ens trobem. A més a més, tal i com hem dit abans, és natural que aquests valors depenguin del camí seguit dins de l'arbre. Si no fos així, al fer una optimització seqüencial ens trobaríem que el conjunt de valors de preu que s'obtenen en les branques d'un dels nodes d'un període seria exactament igual a aquell obtingut en les optimitzacions realitzades a la resta de nodes del mateix període.

En concret el nostre algorisme el que fa és incorporar la informació que ens proporciona saber el valor del preu en el node que ens trobem per a poder fer una estimació millor del preu en el següent període. Per això cal recórrer a la teoria de sèries temporals.[15]

Suposem que es generen prediccions des d'un instant T per a períodes futurs *T+1,…, T+j*. Quan s'observa x_{T+1}, volem adaptar les previsions $\hat{x}_{T+2}, \hat{x}_{T+3}, ..., \hat{x}_{T+j}$ a la vista d'aquesta nova informació. Seguint la representació MA(8) del procés ARIMA de predicció de x_{T+k} amb informació fins a T es pot expressar com:

$$\hat{x}_T(k) = y_k a_T + y_{k+1} a_{T-1} + ...$$

mentre que a l'observar el valor x_{T+1} i observar l'error de predicció, $a_{T+1} = x_{T+1} - \hat{x}_T(1)$, la nova predicció per a x_{T+k}, ara des de l'instant T+1, serà:

$$\hat{x}_{T+1}(k-1) = y_{k-1} a_{T+1} + y_k a_T + ...$$

Restant aquestes dues expressions obtenim el següent:

$$\hat{x}_{T+1}(k-1) - \hat{x}_T(k) + y_{k-1} a_{T+1}$$

Per tant, un cop observem x_{T+1} i calculem a_{T+1}, podem adaptar totes les previsions mitjançant l'expressió

$$\hat{x}_{T+1}(k-1) = \hat{x}_T(k) = y_{k-1} a_{T+1}$$

que indica que les previsions s'adapten afegint a les prediccions anteriors una fracció del darrer error de predicció obtingut. Si $a_{T+1} = 0$ les prediccions no es modificaran.

[15] D. Peña. *Análisis de series temporales*. **[11]**

Per aplicar aquesta formula cal tenir en compte que aquesta actualització no es fa directament sobre la previsió del preu. En aquest treball les previsions estan fetes per a $x = \ln(preu)$. Les transformacions necessàries per a passar de x i la seva desviació estàndard s_x al preu i la desviació estàndard del preu s_{preu} són les següents,

$$preu = e^{x + s_x^2/2} \quad \text{i} \quad s_{preu} = \left(e^{s_x^2} - 1\right)e^{2x + s_x^2}$$

El valor de y_{k-1} obtingut a partir de la sèrie temporal és $y_{k-1} = 0.24154$.

En el cas de la variància no s'ha realitzat una actualització de la previsió segons la ruta seguida dins de l'arbre. Les diferències entre s_x actualitzada o sense actualitzar són prou petites per a considerar que són equivalents. L'error comès a l'hora de calcular els seus respectius valors pot arribar a ser superior a les diferències entre ells.

2.5 Algorisme

Al node arrel es construeix i es resol un únic problema d'optimització no lineal. Aleshores obtenim N_0 realitzacions discretes dels escenaris de preu i les seves probabilitats (que són consistents amb els quatre primers moments centrals i les covariàncies especificades al node arrel). A cada una d'aquestes realitzacions li correspondrà un node.

Per a cada un dels nodes obtinguts a partir del node arrel realitzem l'actualització de la previsió del preu i resolem el problema associat. Tenim doncs N_0 problemes d'optimització no lineal les solucions dels quals ens donaran els resultats del segon període. D'aquesta manera, per a cada escenari obtenim les solucions per als períodes següents després de generar escenaris condicionats als resultats anteriors. El mateix procediment es porta a terme fins a arribar al darrer període. En termes generals, l'aproximació mitjançant optimització seqüencial d'un arbre d'escenaris pot ser descrita de la següent manera[16]:

[16] K. Höyland, S.W. Wallace. *Generating Scenario Trees for Multistage Decision Problems*.**[8]**

Repetir per a tot $p = 1..T$

Repetir per a tot node que pertany al període p

Passa 1: Obtenir els valors associats al període i calcular les noves estimacions del preu per a cada una de les hores.

Passa 2: Crear i solucionar el problema d'optimització no lineal trobant el nou vector de preus de manera que s'ajustin a les especificacions descrites al pas anterior.

Passa 3: Actualitzar les estructures per emmagatzemar l'arbre

Fi repetir

Fi Repetir

CAPÍTOL 3

Implementació en AMPL

En aquest capítol es presenta la implementació en llenguatge AMPL del model definit per a la generació d'arbres d'escenaris multi-període. Per a la implementació dels models usant AMPL existeixen quatre tipus de fitxers [17]

- **Models :** Els fitxers de tipus .mod inclouen les definicions de AMPL (paràmetres, variables, funció objectiu i constriccions)
- **Fitxers de dades :** Els problemes grans s'organitzen millor separant el model de les dades. Les dades necessàries s'emmagatzemen en un o diversos fitxers de dades .
- **Projectes :** Aquest tipus de fitxer s'usa majoritàriament en la versió AMPL Studio. AMPL Studio usa el concepte de projecte per a relacionar un fitxer de model amb un o diversos fitxers de dades. El fitxer del model declara les dades però no les inicialitza. El fitxer de dades conté la inicialització de cada una de les dades descrites en el fitxer del model. El fitxer del projecte organitza doncs les relacions entre el fitxer del model i els fitxers de dades
- **Scripts :** Aquests fitxers contenen un conjunt de comandes en llenguatge AMPL. El fitxer de comandes es fa càrrec de posar en relació els diferents models amb les seves respectives dades. Pot incloure també la declaració del programa emprat per a resoldre el problema així com les seves especificacions.

---

[17] *Using AMPL Studio.* **[18]**

A la taula 1 podem trobar un resum de les extensions dels fitxers i la seva descripció.

Extensió del fitxer	Descripció
.mod	Usat per a fitxers que contenen els models
.dat	Usat per els fitxers que contenen les dades
.sa1 o .run	Usat per als fitxers que inclouen scripts
.ini	Usat per als fitxers de projectes (en AMPL Sutdio)
.wampl	Usat per guardar fitxers que contenen l'àrea de treball (en AMPL Studio)

Taula 1: Tipus de fitxers en AMPL

3.1 Introducció al llenguatge AMPL

La programació matemàtica en la seva forma pràctica rarament és tan simple com fer córrer algun tipus de mètode algorísmic i imprimir la solució. Si la gent pogués tractar amb els programes matemàtics de la mateixa manera que ho fan els programes emprats per a resoldre'ls, la formulació i generació serien relativament directes. En realitat hi ha força diferències entre la manera en què els modeladors humans entenen el problema i la manera en què ho fan els algorismes per a resoldre'ls.

Com que hi ha més d'una manera d'expressar els programes de forma matemàtica, hi ha més d'una tipus de llenguatge de modelització. La llengua de modelització algebraica és una variant popular basada en l'ús tradicional de la notació matemàtica per a descriure la funció objectiu i les constriccions. Una dels seus grans avantatges és que hauria de ser familiar a qualsevol persona que hagi estudiat àlgebra o càlcul. Una altra és que és aplicable a una gran varietat de models de programació lineal, no lineal i entera.

Els primers algorismes reeixits per a programació matemàtica apareixen per a primera vegada als anys 50, mentre que el desenvolupament i distribució de llenguatge de modelització algebraica no apareixen fins als anys 70.

AMPL és un llenguatge de modelització algebraica per a programació matemàtica que neix al voltant de 1985 de la mà de Robert Fourer, David Gray i Brian Kerninghan i es desenvolupa dins dels Laboratoris Bell.

AMPL és l'acrònim de *'A Mathematical Programming Language'* . Hi ha altres acrònims inventats a posteriori com podrien ser *'AT&T Mathematical Programming Language'* o *'Algebraic Modelling Programming Language'*. AMPL ofereix un entorn de comandes interactives per a establir i resoldre problemes de programació matemàtica. La seva interfície flexible permet tenir a la nostra disposició diferents programes de resolució a la vegada al mateix temps que ens deixa escollir les opcions que ens ajudin millorar els seu rendiment.[18]

La relació de programes per a la resolució de problemes de programació matemàtica que AMPL ens permet emprar és la següent:

- **Per a programació lineal**
    - Contínua : BPMPD, CPLEX, LAMPS, LOQO, lp_solve, MINOS, MOSEK, OSL, SOPT, XA, Xpress-MP
    - Entera: CPLEX, LAMPS, lp_solve, MINTO, MOSEK, OSL, SOPT, XA, Xpress-MP
    - Xarxes: CPLEX, OSL
- **Per a programació no lineal**
    - Quadràtica : CPLEX, MOSEK, OSL
    - Convexa: MOSEK, SOPT
    - General contínua: CONOPT, DONLP2, FILTER, FSQP, IPOPT, KNITRO, LANCELOT, LOQO, MINOS, NPSOL, PENNON, SNOPT
    - General entera: MINLP

En el nostre cas hem escollit treballar amb MINOS, ja que el problema que estem modelitzant és un problema de programació no lineal

---

[18] R. Fourer, D.M. Gay, B. W. Kernighan. *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*. **[6]**

3.2 MINOS

MINOS, que va ser desenvolupat per Bruce Murtagh i Michael Saunders, és un paquet de software per a solucionar problemes d'optimització lineals i no lineals. És especialment efectiu per a programes lineals i programes amb funció objectiu no lineal i constriccions lineals esparses. MINOS pot treballar amb un gran nombre de constriccions no lineals, però necessita que siguin suaus i no cal que siguin convexes.

Per a problemes lineals MINOS usa una versió esparsa del mètode del Simplex Primal. Per a funcions objectius no lineals amb constriccions lineals MINOS usa el mètode del gradient reduït amb aproximacions quasi Newton per a l'hessiana. Per a problemes amb constriccions no lineals usa el mètode del Lagrangians Projectats. Soluciona una sèrie de subproblemes on les constriccions estan linealitzades i la funció objectiu és una Lagrangià augmentat. La convergència cap a una solució propera és ràpida.

MINOS fa servir la funció no lineal i els valors del gradient. La solució obtinguda serà en general un òptim local (que pot ser o no ser un òptim global). Si alguns dels gradients són desconeguts, s'estimen per diferències finites.[19]

3.3 Fitxer .mod

A continuació es presenten les diverses parts de les quals consta el fitxer del model Hi ha lleugeres diferències entre el model que considera la probabilitat com a una variable i el que considera la probabilitat com a un paràmetre del model. Aquestes diferències seran indicades convenientment.

[19] Stanford Business Software INC. **[17]**

3.3.1 Paràmetres

Primerament es defineix com a enters els paràmetres que correspondran al nombre de hores (T), el nombre de ramificacions (R) i el nombre de períodes que té l'arbre (P).

```
param T >0 integer;
param P >= 1 integer;
param R{1..P} >0 integer;
```

S'inclouen també un conjunt de paràmetres auxiliar. Es crea un paràmetre per a guardar el període en el qual ens trobem a cada una de les iteracions.

```
param per;
```

Es crea també un paràmetre que recollirà el nombre total de nodes que hi haurà al nostre arbre. Aquest paràmetre servirà per poder guardar l'espai necessari per emmagatzemar la informació important de cada node. El node inicial serà el node nº1.

```
param NN:=1+sum{p in 1..P}R[p]^p;
```

El paràmetre *Period* serveix per a guardar el període al qual pertany cada un dels nodes. És un paràmetre indexat des de 1 fins al nombre total de nodes. El seu valor per defecte és 0. Al node 1 li correspondrà sempre un valor de *Period[1]=0*.

```
param Period{1..NN} default 0;
```

De manera anàloga el paràmetre *Predecessor* s'usa per emmagatzemar el predecessor de cada un dels nodes de l'arbre. Es tracta també d'un paràmetre indexat des de 1 fins al nombre màxim de nodes. El seu valor per defecte és 0. En el cas del node 1 el seu predecessor serà sempre 0 (un node fictici que no pertany a l'arbre). La resta de predecessors es van actualitzant a mesura que s'executa el programa.

```
param Predecessor{1..NN} default 0;
```

Seguint la línia anterior es crea un altre paràmetre per emmagatzemar la probabilitat d'arribar al node i des del seu predecessor. En el cas del node 1 aquest valor és 1, que correspon també al valor per defecte.

```
param Probability{1..NN} default 1;
```

Per a guardar el valor que pren la variable preu en cada una de les hores per a cada un dels nodes de l'arbre faig servir el paràmetre *FinalPrice*. En aquest cas no disposem de cap valor per al node 1, ja que no tenim valors per defecte.

```
param FinalPrice {1..NN,1..T};
```

A continuació tenim un parell de paràmetres que ens serviran per a actualitzar les previsions del preu a partir del segon període. *Sigmax* correspon al valor de la desviació estàndard de *x* en el càlcul de les previsions, mentre que *xprice* correspon als valors de *x*. Tots dos varien segons el període i la hora en el que ens trobem.

```
param sigmax{1..P,1..T};
param xprice{1..P,1..T};
```

Degut a les característiques diferenciades de cada un dels moments centrals s'ha optat per a tenir un paràmetre per a cada conjunt de moments en lloc de seguir la notació del model teòric. L'apuntalament i l'asimetria només varien segons el moment en el que ens trobem. La previsió de la variància depenen també del període. En el nostre cas, però, disposem de la previsió de la desviació estàndard en lloc de la variància.

```
param flatness{1..T};
param skewness{1..T};
param stdev{1..P,1..T};
param mean{1..P, 1..T};
```

Es crea també un nou paràmetre que servirà per a guardar el valor de la previsió modificada a partir d'un node donat. Depèn, doncs, només de la hora en el qual ens trobem. (Al solucionar un problema per a cada node de l'arbre no cal que el paràmetre inclogui la informació de l'escenari en el qual ens trobem, ja que aquesta informació és implícita).

```
param mcorrected{1..T};
```

Cada un dels moments té una ponderació que reflecteix la importància de que la distribució obtinguda satisfaci cada una d'elles. Considerem que no varien segons el període en el qual ens trobem. Al tractar-se de ponderacions hem afegit una petita comprovació per assegurar que la suma de les diverses ponderacions és sempre 1. Si aquesta condició no es compleix el programa aturarà la seva execució.

```
param wpflatness in [0,1];
param wpskewness in [0,1];
param wpvariance in [0,1];
param wpmean in [0,1];

    check wpflatness+wpskewness+wpvariance+wpmean=1;
```

La següent bateria de paràmetres recull la ponderació de cada un dels moments, que depèn dels paràmetres anteriors i dels valors que prenen cada un dels moments. En el cas de la variància elevem a la quarta perquè les estimacions que tenim realment són de la desviació estàndard i no de la variància pròpiament dita. En el cas de la ponderació de la mitjana s'ha considerat l'estimació feta per a cada període abans de començar a construir l'arbre.

```
param pondflatness {t in 1..T} :=
  wpflatness/(flatness[t])^2;
param pondskewness {t in 1..T} :=
  wpskewness/(skewness[t])^2;
param pondvariance {p in 1..P, t in 1..T} :=
  wpvariance/(stdev[p,t])^4;
param pondmean{p in 1..P,t in 1..T} default
  wpmean/mean[p,t]^2;
```

El paràmetre *corr* correspon a la correlació entre els valors del preu de l'energia elèctrica entre la hora i i la hora j. Les condicions que es comproven intenten assegurar que la matriu de correlacions que ens passen per a resoldre el problema compleixi les condicions necessàries per a ser una matriu de correlacions.

```
param corr {i in 1..T, j in 1..T} in [-1,1];
 check{i in 1..T, j in 1..T: i!=j}:   corr[i,j]=corr[j,i];
 check{i in 1..T, j in 1..T :i=j}: corr[i,j]=1;
```

Com que el model té en compte les covariàncies en lloc de les correlacions, cal fer les transformacions necessàries per a passar de una a l'altra.[20]

```
param w{i in 1..T, j in 1..T} :=
1/(corr[i,j]*(varianca[per,i]*varianca[per, j]))^2;
```

En el cas del model on es considera que la probabilitat és un paràmetre del model hem afegit el paràmetre corresponent (*Proba)*. Hem considerat que cada branca era equiprobable.

```
param Proba {1..R[per]} default 1/R[per] ;
```

Els paràmetres del model es poden separar en dades del problema i paràmetres auxiliars. Dels paràmetres descrits els que es corresponen amb dades del problema són: *T, R, P, sigmax, xprice, flatness, skewness, stdev, mean, wpfltaness, wpskewness, wpvariance, wpmean, pondflatness, pondskewness, pondvariance, pondmean, corr, w* i en el cas de considerar la probabilitat de cada una de les branques també ho seria *Proba*. Podem trobar el valor d'aquests paràmetres descrit en el fitxer .dat o en el mateix fitxer .run. Els paràmetres *pondflatness, pondskewness, pondvariance, pondmean* i *w* es calculen directament amb els valors dels altres paràmetres. La resta de paràmetres aquí descrits correspon doncs a paràmetres auxiliars.

3.3.2 Variables

La nostra principal variable és el preu de l'energia elèctrica en cada una de les hores. La variable preu ha de ser no negativa. A més a més s'ha afegit la condició que sigui menor que la previsió del preu més tres vegades la desviació estàndard.

En els algorismes no lineals és també important donar un valor inicial a les variables per a no tenir problemes computacionals. Moltes vegades començar amb els valors per defecte, que acostumen a ser zero, pot conduir a problemes a l'hora de resoldre el problema. S'inicialitza amb un valor aleatori d'una normal de mitjana el preu esperat i 1.65 vegades la desviació estàndard (inclou el 95% dels valors possibles). Per assegurar-nos que el valor inicial serà factible es considera el màxim entre aquest valor aleatori i un valor bastant proper a zero.

[20] P. Baldi. *Calcolo delle probabilità e statistica*. **[2]**

```
var Price {t in 1..T, r in 1..R[per]}
     >=max(0,mcorrected[t]-3*stdev[per,t]),
     <= (mcorrected[t]+3*stdev[per,t]),
     := max(Normal(mcorrected[t], 1.65*stdev[per,t]),0);
```

A continuació hi ha un seguit de variable que serviran per poder escriure d'una manera molt més clara la funció objectiu. Es tracta doncs de variables auxiliars.

La covariància residual és la suma per a totes les branques que surten d'un determinat node de la diferència entre la covariància obtinguda entre les hores i i j i la covariància teòrica calculada a priori. Cal notar també que la informació que tenim correspon a la correlació, i caldrà doncs fer les transformacions necessàries per a passar aquesta informació a covariància.

```
var ResidualCov{i in 1..T, j in 1..T: i<j}=
          (sum{r in 1..R[per]}(Price[i,r]-
mcorrected[i])*(Price[j,r]-mcorrected[j])*Proba[r])-
(corr[i,j]/(stdev[per,i]*stdev[per,j]));
```

Es crea una variable per a estimar el preus de cada hora i es calcula la diferència entre aquest i els valors previstos per al preu en cada hora. Per a obtenir resultats sempre positius s'eleva la diferència al quadrat.

```
var estmean{t in 1..T}=sum{r in 1..R[per]}
Price[t,r]*Proba[r];

var ResidualMean{t in 1..T} = (estmean[t]-
mcorrected[t])^2;
```

Calculem també aquesta diferència per a la variància, l'apuntalament i l'asimetria.

```
var ResidualVar{t in 1..T}=((sum{r in 1..R[per]}
Proba[r]*(Price[t,r]-estmean[t])^2)-stdev[per,t]^2)^2;

var ResidualSkewness{t in 1..T}=((sum{r in 1..R[per]}
Proba[r]*(Price[t,r]-estmean[t])^3)-skewness[t])^2;
```

```
var ResidualFlatness{t in 1..T}=((sum{r in 1..R[per]}
Proba[r]*(Price[t,r]-estmean[t])^4)-flatness[t])^2;
```

En el cas en què considerem que la probabilitat de cada branca és també una variable cal afegir la seva declaració. Per tal d'assegurar que el model inclou previsions optimistes però també pessimistes limitem superiorment i inferiorment els valors que pot prendre la variable.

```
var Prob {1..R[per]} default 1/R[per], >=0.01 <=0.5;
```

Si no limitéssim superiorment els valors que pot prendre la probabilitat, obtindríem com a solució una única branca amb uns valors molt semblants o fins i tot iguals a aquells de la previsió. Limitem inferiorment la probabilitat per assegurar-nos que no hi ha cap branca de l'arbre amb probabilitat zero. L'arbre que volem generar és un arbre complet, i l'estructura de l'algorisme així com les estructures d'emmagatzemament de dades es basen en aquesta suposició. Si considerem l'opció de construir arbres no complets ,és a dir permetre que hi hagi branques de l'arbre que construïm amb probabilitat zero, caldria modificar l'algorisme i l'estructura d'emmagatzemament de dades.

3.3.3 Funció objectiu

La funció objectiu és la minimització de les diferències entre els valors teòrics i els empírics de la mitjana, la variància, l'apuntalament i l'asimetria i la correlació amb les corresponents ponderacions.

```
minimize SumRes:
sum{t in 1..T}pondmean[per,t]*ResidualMean[t]
+ sum{t in 1..T}pondvariance[per,t]*ResidualVar[t]
+ sum{t in 1..T}pondskewness[t]*ResidualSkewness[t]
+ sum{t in 1..T}pondflatness[t]*ResidualFlatness[t]
+ sum{i in 1..T, j in 1..T: i<j} w[i,j]*(ResidualCov[i,j])^2;
```

3.3.4 Constriccions

En el cas del model on es considera que la probabilitat de cada una de les branques és una variable del model cal incloure una altra constricció que ens asseguri que la suma de totes les probabilitats sigui 1.

```
subject to Sum1: sum{r in 1..R} Proba[r]=1;
```

En el cas en què la probabilitat es considera un paràmetre del model tenim un problema de programació no lineal sense constriccions. MINOS és també capaç de resoldre aquest tipus de problemes.

3.4 Fitxer .dat

Aquest fitxer conté els valors dels paràmetres definits al fitxer .mod. Per a realitzar execucions amb diferent nombre de hores necessitarem diferents fitxers .dat.

El model on es considera que la probabilitat de les branques és un paràmetre del model i el model en què es considera que és una variable del model tenen el mateix fitxer .dat.

3.5 Fitxer .run

El fitxer .run inclou la sèrie de comandes necessàries per a construir l'arbre d'escenaris. A continuació es comenta cada una de les seves parts.

Tal i com ja passava amb el fitxer .dat, el fitxer .run és igual per al model que considera que les probabilitats de les branques són paràmetres del model i per al model que les considera variables del model.

El fitxer comença especificant el nom del fitxer que inclou el model i el fitxer que conté les dades. A continuació es modifiquen els valors d'alguns dels paràmetres que s'han definit al .dat i dona valor a altres paràmetres no inicialitzats. Només caldrà canviar el nom del fitxer per a executar el programa considerant que les probabilitats són paràmetres del model o variables del model.

```
model .--------------.mod;
data -----------------.dat;
#################
# Parameteres
#################
let wpmean := 0.45;
let wpvariance := 0.45;
let wpskewness := 0.05;
let wpflatness := 0.05;
#################
```

Es defineix i es dona valor a un nou paràmetre que s'usarà per a calcular l'actualització de les previsions. El seu valor es calcula al moment de fer les previsions per a tots els períodes i per a nosaltres serà una constant

```
param psi:=0.24154;
```

Es defineix també el conjunt de paràmetres i estructures de dades que necessitarem per a poder passar la informació del nostre arbre d'escenaris al model d'optimització.

El paràmetre *nScen* indica en nombre d'escenaris que hi ha en l'arbre. En el nostre cas, i degut a l'estructura fixa que tenen els arbres que construïm, el nombre d'escenaris sempre serà el quadrat del nombre de branques que surten de cada node. (Tenim R branques que surten del node arrel i per a cada una d'elles hi ha R branques més).

```
param nScen integer;
let nScen:=prod{i in 1..P}R[i];
```

El conjunt *Scen* és un conjunt ordenat dels escenaris.

```
set Scen:=1..nScen ordered;
```

El conjunt *Inter* ens servirà per a indexar les hores. Com que treballem amb dos períodes el conjunt anirà de 1 fins a vint-i-quatre

```
set Inter:=1..2*T;
```

El paràmetre *Prob*, indexat per escenari, ens servirà per a guardar la probabilitat de cada un dels escenaris. Mentre que el paràmetre *PreuD* ens servirà per a emmagatzemar els valors del preu per a cada un de les hores en cada un dels escenaris.

```
param Prob{Scen};
param PreuD{Inter, Scen};
```

Els escenaris generats s'usaran per a resoldre models de Programació Estocàstica del mercat elèctric en dues etapes. Per tal de poder formular les constriccions de no-aticipativitat cal conèixer els escenaris associats a cada branca de la primera etapa. La informació necessària per a formular les constriccions es troba emmagatzemada en els paràmetres nBScen i BScen.

Si representem els escenaris mitjançant un fan en lloc d'un arbre podem adonar-nos que hi ha escenaris que comparteixen uns mateixos valors per a les variables corresponents a la primera etapa. Per a passar de l'estructura de fan a la d'arbre caldria doncs agrupar tots els escenaris que presenten aquesta característica. El paràmetre nBScen serveix doncs per a saber el nombre d'agrupacions d'escenaris. El paràmetre BScen serveix per a saber quins escenaris pertanyen a cada una de les agrupacions. A la figura 8 podem veure representats els valors de nBScen i Bscen.

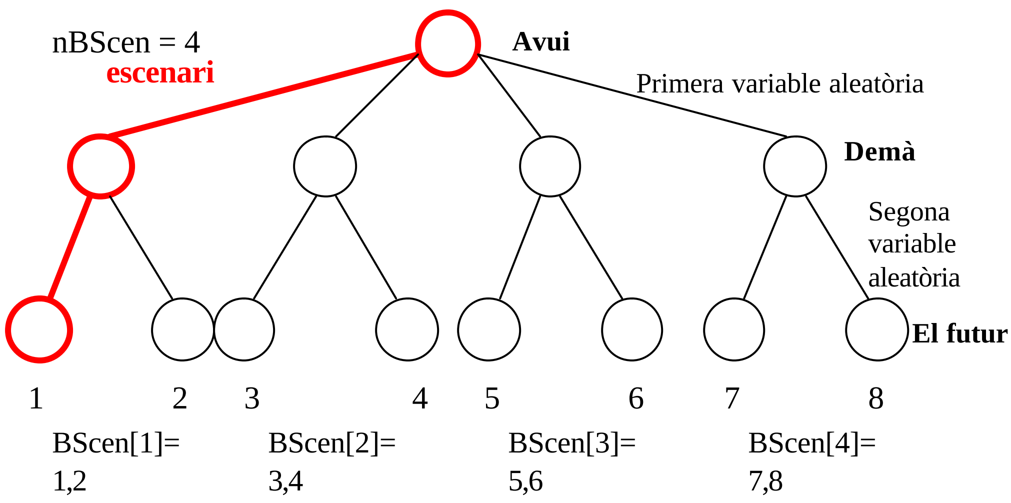


Figura 8: nBScen i BScen

Degut a la manera seqüencial de construir els arbres d'escenaris nBScen serà sempre igual al nombre de branques R que es considerin en el primer període. El nombre d'escenaris que hi haurà en cada un dels conjunts BScen serà igual al nombre de branques R que es considerin en el segon període.

```
nBScen integer;
let nBScen := R[1];
set BScen{1..nBScen};
 for {i in 1..nBScen}
 {
 let BScen[i]:=(i-1)*R[2]+1..(i-1)*R[2]+R[2] by 1;
 }
```

Es creen també dues variables que serviran per a fer les actualitzacions de les previsions i dos paràmetres auxiliars que s'inicialitzen a 1.

```
var lastX{1..T};
var actualX{1..T};
param actualnode;
param nmax;
let nmax:=1;
let actualnode:=1;
```

Es crea un paràmetre auxiliar nou que ens servirà per a moure'ns al llarg del conjunt d'escenaris. L'inicialitzem a zero.

```
param countscen;
let countscen:=0;
```

Es dona valor al període del node 1.

```
let Period[actualnode]:=1;
```

S'inicia un bucle que resoldrà un problema per a cada un dels nodes que es trobin en cada un dels períodes.

```
for {p in 1..P}
{
let per:=p;
repeat while Periode[nodeactual]=p
{
```

S'efectua l'actualització del preu per a cada una de les hores.

```
    if p<2 then{
          for{t in 1..T}
          {
          let mcorrected[t]:=mean[p,t];
          }
    }
    else
    {
          for{t in 1..T}
          {
          let lastX[t]:=log(FinalPrice[actualnode,t])-
sigmax[p-1,t]^2;
          let acutalX[t]:= xprice[(p-1),t]+psi*(lastX[t]-
xprice[p-1,t]);
          let mcorrected[t]:=exp(actualX[t] +
sigmax[p,t]^2);
          }
    }
```

Finalment es resol el problema. S'indica que el solver usat per a resoldre serà MINOS. Per tal d'obtenir una solució òptima, el nombre de variables superbàsiques s'ha hagut d'incrementar, al igual que el nombre màxim d'iteracions majors que pot realitzar l'algorisme[21]. Altrament l'algorisme no és capaç de trobar una solució òptima. Es dona la instrucció de que la llavor emprada per a calcular els valors inicials del preu sigui en funció del rellotge del computador. Altrament la llavor seria sempre la mateixa per a totes les execucions.

[21] A. Murtagh & M.A. Saunders. *Minos 5.4 user's guide*. **[10]**

```
    option solver minosamp;
         option minos_options 'superbasics_limit=1000
    ,major_iterations=100';
         option randseed 0;
         solve;
```

A continuació es mostra la informació per pantalla respectiva al període en el que ens trobem i es guarda en un fitxer de dades.

```
         option display_max_2d_cols 10;
         option display_width 150;
         printf "\n El periode actual es ";
         display p;
         display p>---------.res;
         display nodeactual>----------.res;
         display Proba, Price,R, ResidualCov > ----------.res;
```

Omplim els paràmetres *Period*, *Predecessor*, *Probability* i *FinalPrice* amb els valors obtinguts en la iteració actual. Fem el mateix per a les estructures de dades necessàries com a dades d'entrada per al problema d'optimització només si ens trobem en el segon període. Hi ha diferències entre les comandes necessàries per a emmagatzemar les dades necessàries per al problema d'optimització que calen en el cas de construir un arbre o un fan. És per això que s'han agrupat aquestes comandes en un dos fitxers diferenciats que contenen els scripts corresponents i que es cridaran des del fitxer .run.

La comanda següent és la que s'usarà en el cas de construir un arbre.

```
         commands copiaresultatstree.run;
```

En cas d'estar construint un fan la comanda que s'inclou en el fitxer .run es la següent.

```
         commands copiaresultatsfan.run;
   };
}
```

Un cop ha acabat de solucionar tots els problemes es copien els resultats obtinguts en un fitxer de dades.

```
display Predecessor>intermedi.res;
display Probability>intermedi.res;
display FinalPrice>intermedi.res;
display nScen>resultats.res;
display Prob>resultats.res;
display PreuD>resultats.res;
display nBScen>resultats.res;
```

3.5.1 Fitxers copiaresultatstree i copiaresultatsfan

A continuació es detallen els dos fitxers que contenen els scripts amb les comandes necessàries per a emmagatzemar les dades del problema i omplir les estructures de dades necessàries per a la resolució del problema d'optimització.

El fitxer copiaresultatstree.run realitza els següents passos per a cada una de les branques que surten del node actual.

```
for {k in 1..R[per]}
           {
```

Actualitzem el valor paràmetre *nmax* i omplim els vectors *Period*, *Predecessor* i *Probability*. Si ens trobem al segon període s'augmenta el comptador dels escenaris i s'omple el vector de probabilitats amb la probabilitat corresponent a l'escenari. I omplim els valors del preu de cada un de les hores per a la primera part de l'escenari.

```
let nmax:=nmax+1;
let Period[nmax]:=p+1;
let Predecessor[nmax]:=actualnode;
let Probability[nmax]:=Proba[k];
if p>1 then
{
let countscen:=countscen+1;
let Prob[countscen:=Proba[k]*Probability[actualnode];
```

```
        for{m in 1..T}
        {
        let PreuD[m,countscen]:=FinalPrice[actualnode,m];
        }
      }
```

Per a cada un de les hores omplim el vector FinalPrice i si estem al segon període omplim també els valors dels preu de la segona part de l'escenari.

```
            for {t in 1..T}
            {
                  let FinalPrice[nmax,t]:=Price[t,k];
                  if p>1 then
                  {
                  let PreuD[24+t,countscen]:=Price[t,k];
                  }
            }
      }
```

Finalment, augmentem en una unitat el valor del paràmetre corresponent al node actual i copiem en un fitxer de resultats el valor de la funció objectiu i el temps de CPU que s'ha necessitat per a resoldre el problema.

```
let actualnode:=actualnode+1;
display SumRes>intermedi.res;
display _total_solve_time;
display SumRes>temps.res;
display _total_solve_time>temps.res;
```

El fitxer copiaresultatsfan.run és molt semblant al fitxer copiaresultats.sa1. La còpia de les dades a les estructures necessàries per emmagatzemar la informació és més senzilla. En un sol bucle copiem les dades al vector *FinalPrice* i al vector *PreuD*. El càlcul de la probabilitat dels escenaris segueix essent correcte, ja que per defecte el valor de la probabilitat del node arrel és 1.

```
            for {k in 1..R[per]}
            {
            let nmax:=nmax+1;
            let Period[nmax]:=p+1;
            let Predecessor[nmax]:=actualnode;
            let Probability[nmax]:=Proba[k];
            if p>1 then
            {
            let countscen:=countscen+1;
            let Prob[countscen]:=Proba[k]*Probability[actualnode];

                  for{m in 1..T}
                  {
                  let FinalPrice[nmax,m]:=Price[m,k];
                  let
PreuD[m,countscen]:=FinalPrice[actualnode,m];
                  }
            }

      }

      let actualnode:=actualnode+1;
      display SumRes>intermedi.res;
      display _total_solve_time;
      display SumRes>temps.res;
      display _total_solve_time>temps.res;
```

CAPÍTOL 4

Resultats

El darrer pas que cal portar a terme per tal d'il·lustrar els mètodes desenvolupats en aquest projecte és l'aplicació de les tècniques desenvolupades a la generació d'un arbre d'escenaris a partir de dades reals.

Tal i com ja s'indica al Capítol 1, el nostre interès és generar un arbre d'escenaris que ens permeti estimar el preu de l'energia fixat per el Mercat Elèctric Diari. La informació que necessitem incloure en el nostre model prové de les previsions realitzades amb l'ajut del paquet de software SAS a partir del model ajustat de la sèrie de preus de l'u de gener de 2005 al vint-i-tres d'octubre de 2006 [22] .

Disposem de previsions per a les quaranta-vuit hores posteriors al vint-i-tres d'octubre de 2006. Això ens permetrà construir un arbre d'escenaris i un *fan*, que finalment usarem com a informació d'entrada per al nostre problema d'optimització no lineal.

En aquest capítol es compararan també els resultats obtinguts considerant que la probabilitat de cada una de les branques que surten d'un node són paràmetres del model amb aquells obtinguts considerant que aquestes probabilitats també són variables del model.

---

[22] M. Amell, L. Bernáldez. *Previsió de preus i planificació de la producció en el mercat elèctric espanyol*. **[1]**

4.1 Dades

Les dades que provenen de les previsions de preu a partir de la sèrie temporal es poden resumir en la taules següents. Aquestes dades han estat proporcionades per Cristina Corchero[23] per a la realització d'aquest PFC.

A la primer taula trobem les previsions de la mitjana i la desviació estàndard calculades segons el període en el que ens trobem per a cada una de les vint-i-quatre hores diàries. Cal recordar que en el cas de les previsions del segon període, les previsions de la mitjana es modifiquen al llarg de l'algorisme, ja que la mitjana del preu és una variable que depèn del camí seguit.

	Primer període		Segon període	
Interval	**Mitjana**	**Stdev**	**Mitjana**	**Stdev**
1	4,373232683	0,359153572	3,81713494	0,75317857
2	2,792303842	0,228892765	2,7414397	0,3945487
3	2,525844646	0,221643048	2,33644991	0,2894537
4	2,324336402	0,208512826	2,15230125	0,24762499
5	2,266191117	0,211732576	2,09891491	0,23719078
6	2,056398692	0,182769473	2,00411791	0,21780316
7	2,003389508	0,179202101	1,91298553	0,19968866
8	1,99651412	0,1818254	1,75256512	0,16834918
9	1,702817956	0,134581278	1,6578078	0,15130725
10	2,57740655	0,312489435	2,05758961	0,23432473
11	3,22406079	0,494580272	2,45015523	0,33373968
12	3,259051249	0,50970174	2,71493444	0,41158116
13	3,040700511	0,446633518	2,70570126	0,41022923
14	2,938620357	0,419906367	2,80430183	0,44222579
15	2,660859737	0,345897969	2,59236783	0,37957175
16	2,587469834	0,328923606	2,46031405	0,3433871
17	2,531191461	0,3162447	2,41206456	0,3312072
18	2,868180926	0,407573775	2,58022665	0,38032444
19	3,844202022	0,734890495	3,66992639	0,77208905
20	4,015067844	0,804656063	3,83959205	0,84807566
21	4,146915148	0,862360306	4,10317394	0,97188219
22	4,218295451	0,894785092	4,4003293	1,12260614
23	3,278865964	0,542121729	3,81503807	0,84602458
24	3,817082625	0,737422725	4,07693632	0,96951656

Taula 2: Previsions per període de la mitjana i la desviació estàndard

[23] C. Corchero. *Modelització i optimització de l'oferta a curt termini d'una companyia de generació al MIBEL.* **[5]**

Les previsions per als moments centrals d'ordre tres i quatre, tal i com ja s'ha anat comentant al llarg del projecte, no depenen del període en el que ens trobem. A la taula següent podem trobar els seus valors per a cada una de les 24 hores.

Interval	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
apuntalament	-0,547209147	-0,116649583	0,039697955	0,077614443	-0,043177986
kurtosi	1,704286055	1,751138232	1,635557918	1,455169278	0,879673211
Interval	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
apuntalament	0,160022606	-0,052169042	-0,060539081	0,028768371	-0,00518339
kurtosi	1,074729636	1,367347812	1,473029986	1,222469866	1,11835683
Interval	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
apuntalament	-0,169568987	-0,053481001	-0,012000799	-0,167962921	0,262320567
kurtosi	1,573220331	1,276512025	1,2812887	1,152248954	1,290378383
Interval	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
apuntalament	0,402828106	0,392158604	0,378174105	0,383323336	0,179758361
kurtosi	1,494439351	1,442510169	1,576349515	1,719804245	1,754142027
Interval	**21**	**22**	**23**	**24**	
apuntalament	0,257367894	0,66451838	-0,031445538	0,1393591	
kurtosi	1,760053005	2,173177497	2,069271139	1,767226871	

Taula 3: Previsions dels moments centrals d'ordre tres i quatre

A part de la informació sobre els quatre primers moments centrals el model també inclou la informació de la correlació entre les diferents hores o intervals. A la taula següent podem trobar aquesta informació.

Intervals	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	0,801494901	0,636859144	0,528782788	0,465413817	0,40503661
2	0,801494901	1	0,890508406	0,78408343	0,730926346	0,68652006
3	0,636859144	0,890508406	1	0,95452592	0,923401059	0,89925762
4	0,528782788	0,78408343	0,95452592	1	0,982179781	0,96508142
5	0,465413817	0,730926346	0,923401059	0,982179781	1	0,98742205
6	0,405036606	0,68652006	0,899257618	0,965081419	0,987422053	1
7	0,289832997	0,590289435	0,782333414	0,82715529	0,853786632	0,89942367
8	0,099470024	0,272103441	0,394848962	0,429846513	0,469079318	0,5361685
9	0,02855378	0,193122176	0,3046353	0,353685838	0,388541695	0,45346982
10	0,098180865	0,243480047	0,341478387	0,373725214	0,407488051	0,46707606
11	0,200819229	0,34812397	0,425999545	0,449341414	0,4843394	0,534411
12	0,203648681	0,368984936	0,454382316	0,481528259	0,517230146	0,56426378
13	0,17377453	0,361627463	0,47531085	0,51630499	0,558709033	0,60699631
14	0,197635763	0,400929303	0,520171236	0,55996157	0,599715979	0,64374752
15	0,199462666	0,390064035	0,525775688	0,574846086	0,611385741	0,64982817
16	0,145036728	0,332572259	0,471030976	0,518976261	0,559427314	0,60675596
17	0,104477871	0,300021779	0,442762221	0,486734107	0,533061191	0,58619805
18	0,068831336	0,273685987	0,414181619	0,458879195	0,509455906	0,56576712
19	0,123132887	0,279168046	0,370493377	0,403651519	0,446649956	0,49581157
20	0,248804131	0,339431194	0,35116237	0,340108133	0,352818519	0,38413669
21	0,257522238	0,316000943	0,289273684	0,265559451	0,262896673	0,27644383
22	0,341866444	0,425040238	0,444957921	0,427636216	0,421695378	0,43055206
23	0,446411707	0,502988169	0,544835445	0,533069568	0,528193805	0,51529351
24	0,560642383	0,488514616	0,395312682	0,316038597	0,280227475	0,25506432

Intervals	7	8	9	10	11	12
1	0.289832997	0.099470024	0.02855378	0.098180865	0.200819229	0.203648681
2	0.590289435	0.272103441	0.193122176	0.243480047	0.34812397	0.368984936
3	0.782333414	0.394848962	0.3046353	0.341478387	0.425999545	0.454382316
4	0.82715529	0.429846513	0.353685838	0.373725214	0.449341414	0.481528259
5	0.853786632	0.469079318	0.388541695	0.407488051	0.4843394	0.517230146
6	0.89942367	0.536168502	0.453469819	0.467076065	0.534411004	0.564263784
7	1	0.778355581	0.680403016	0.680201258	0.703189357	0.712727996
8	0.778355581	1	0.853947773	0.773797066	0.700740282	0.666342535
9	0.680403016	0.853947773	1	0.924959573	0.81143838	0.759752236
10	0.680201258	0.773797066	0.924959573	1	0.920893915	0.880542441
11	0.703189357	0.700740282	0.81143838	0.920893915	1	0.973429834
12	0.712727996	0.666342535	0.759752236	0.880542441	0.973429834	1
13	0.729359746	0.630044775	0.695849017	0.822963155	0.933437761	0.967048941
14	0.737982772	0.581255795	0.63664077	0.77144867	0.894623914	0.932412027
15	0.725489121	0.570817791	0.655684787	0.779482043	0.86442041	0.89792373
16	0.720529166	0.61655041	0.721863107	0.833790113	0.886402186	0.902960298
17	0.713923017	0.624654865	0.724104852	0.831397021	0.874690371	0.885407326
18	0.701421665	0.620970179	0.705125535	0.812456008	0.859704952	0.867885871
19	0.638691552	0.589157996	0.695488918	0.804185326	0.853983191	0.852584926
20	0.544329216	0.558615965	0.707503623	0.787526542	0.800603472	0.782457812
21	0.430420967	0.530696481	0.590205767	0.616143234	0.581956153	0.559615713
22	0.507146793	0.431483086	0.400507555	0.453858531	0.482753525	0.483466216
23	0.474108511	0.23016736	0.300403846	0.410925952	0.4533358	0.45702497
24	0.284934681	0.176847579	0.2577661	0.35947212	0.389813601	0.376838775

Intervals	13	14	15	16	17	18
1	0.17377453	0.197635763	0.199462666	0.14503673	0.10447787	0.06883134
2	0.361627463	0.400929303	0.390064035	0.33257226	0.30002178	0.27368599
3	0.47531085	0.520171236	0.525775688	0.47103098	0.44276222	0.41418162
4	0.51630499	0.55996157	0.574846086	0.51897626	0.48673411	0.4588792
5	0.558709033	0.599715979	0.611385741	0.55942731	0.53306119	0.50945591
6	0.606996312	0.643747515	0.649828168	0.60675596	0.58619805	0.56576712
7	0.729359746	0.737982772	0.725489121	0.72052917	0.71392302	0.70142167
8	0.630044775	0.581255795	0.570817791	0.61655041	0.62465486	0.62097018
9	0.695849017	0.63664077	0.655684787	0.72186311	0.72410485	0.70512553
10	0.822963155	0.77144867	0.779482043	0.83379011	0.83139702	0.81245601
11	0.933437761	0.894623914	0.86442041	0.88640219	0.87469037	0.85970495
12	0.967048941	0.932412027	0.89792373	0.9029603	0.88540733	0.86788587
13	1	0.973655049	0.927550469	0.91859775	0.91050586	0.90216267
14	0.973655049	1	0.951252317	0.92990083	0.92021344	0.91039103
15	0.927550469	0.951252317	1	0.97539074	0.95111524	0.92266482
16	0.918597751	0.929900827	0.975390743	1	0.98136303	0.95278868
17	0.910505861	0.920213444	0.951115242	0.98136303	1	0.98343382
18	0.902162668	0.910391026	0.922664818	0.95278868	0.98343382	1
19	0.870513283	0.874324866	0.885847489	0.91597199	0.94665247	0.9611578
20	0.751635041	0.735336134	0.748540169	0.78949095	0.8037559	0.80287612
21	0.515439777	0.484688783	0.497530559	0.53772	0.54821242	0.54506773
22	0.494353525	0.494947253	0.499470029	0.51061949	0.52567259	0.53465773
23	0.467024296	0.532451189	0.619602716	0.60029633	0.58146887	0.5491825
24	0.336686549	0.372195758	0.42353367	0.41893643	0.39343925	0.36209875

Intervals	19	20	21	22	23	24
1	0.12313289	0.24880413	0.25752224	0.34186644	0.44641171	0.56064238
2	0.27916805	0.33943119	0.31600094	0.42504024	0.50298817	0.48851462
3	0.37049338	0.35116237	0.28927368	0.44495792	0.54483544	0.39531268
4	0.40365152	0.34010813	0.26555945	0.42763622	0.53306957	0.3160386
5	0.44664996	0.35281852	0.26289667	0.42169538	0.52819381	0.28022747
6	0.49581157	0.38413669	0.27644383	0.43055206	0.51529351	0.25506432
7	0.63869155	0.54432922	0.43042097	0.50714679	0.47410851	0.28493468
8	0.589158	0.55861596	0.53069648	0.43148309	0.23016736	0.17684758
9	0.69548892	0.70750362	0.59020577	0.40050756	0.30040385	0.2577661
10	0.80418533	0.78752654	0.61614323	0.45385853	0.41092595	0.35947212
11	0.85398319	0.80060347	0.58195615	0.48275353	0.4533358	0.3898136
12	0.85258493	0.78245781	0.55961571	0.48346622	0.45702497	0.37683878
13	0.87051328	0.75163504	0.51543978	0.49435352	0.4670243	0.33668655
14	0.87432487	0.73533613	0.48468878	0.49494725	0.53245119	0.37219576
15	0.88584749	0.74854017	0.49753056	0.49947003	0.61960272	0.42353367
16	0.91597199	0.78949095	0.53772	0.51061949	0.60029633	0.41893643
17	0.94665247	0.8037559	0.54821242	0.52567259	0.58146887	0.39343925
18	0.9611578	0.80287612	0.54506773	0.53465773	0.5491825	0.36209875
19	1	0.88617542	0.62528157	0.56794018	0.56662514	0.46260121
20	0.88617542	1	0.82198292	0.61393251	0.59744253	0.63831182
21	0.62528157	0.82198292	1	0.68453207	0.49946679	0.5650878
22	0.56794018	0.61393251	0.68453207	1	0.65157087	0.55624677
23	0.56662514	0.59744253	0.49946679	0.65157087	1	0.78490781
24	0.46260121	0.63831182	0.5650878	0.55624677	0.78490781	1

Taula 4: Correlacions entre les diferents hores

4.2 Ponderacions

Tal i com ja s'ha anat explicant al llarg del projecte, modificant les ponderacions de les diverses diferències que entre els valors esperats de les propietats estadístiques de la nostra distribució amb els valors obtinguts podem millorar la nostra funció objectiu. Ens permet doncs, donar més o menys pes a cada una d'aquestes diferències segons la importància que tinguin per a nosaltres.

En aquest sentit s'han realitzat diverses proves per tal de descobrir quins avantatges ens podria proporcionar en termes de millora de la funció objectiu la introducció de les ponderacions descrites al llarg del projecte.

Aquest apartat es dividirà en dues parts, una dedicada als efectes de les ponderacions de les covariàncies i una altra dedicada als efectes de les ponderacions dels quatre moments centrals.

4.2.1 Ponderacions de les covariàncies

Els valors de les ponderacions dels quatre moments centrals que s'han fet servir per a obtenir els resultats d'aquest apartat són els següents:

```
wpmean := 0.59375;
wpvariance := 0.28125;
wpskewness := 0.0625;
wpflatness := 0.0625;
```

S'ha volgut donar una importància molt gran al fet que la mitjana els preus obtinguts s'ajustin a la previsió. La importància de que el conjunt de preus ajusti prou bé la varianància és menor que la de la mitjana (aproximadament la meitat). La importància que el conjunt de preus ajusti bé els moments centrals d'orde tres i quatre és molt petita.

A la taula següent podem trobar els resultats obtinguts respecte a les ponderacions de les covariàncies en el cas del resoldre el nostre problema considerant que les probabilitats són paràmetres del model en cada una de les situacions descrites. Per a poder-les comparar, emprarem el temps total de CPU en segons i la suma per a tots els problemes resolts dels valors de la funció objectiu i la mitjana per a tots els problemes resolts del valor de la funció objectiu.

Tipus	#T	#R	# P	# escenaris	# variables	#Nodes	Temps CPU	S Funció objectiu	Mitjana f.o.
1	24	6	2	36	1008	43	2,29214	12,46158	1,7802257
2	24	6	2	36	1008	43	2,46815	11,62749	1,66107
3	24	6	2	36	1008	43	5,06832	15,22349	2,1747842
4	24	6	2	36	1008	43	3,40421	14,33177	2,0473957
1	24	10	2	100	2640	111	15,665	14,53375	1,32125
2	24	10	2	100	2640	111	13,6369	14,55499	1,3231809
3	24	10	2	100	2640	111	32,434	17,80866	1,6189690
4	24	10	2	100	2640	111	21,7454	16,8217	1,5292454
1	24	15	2	225	5760	241	97,0021	19,98478	1,2490487
2	24	15	2	225	5760	241	100,57	20,00042	1,2500262
3	24	15	2	225	5760	241	178,395	22,55255	1,4095343
4	24	15	2	225	5760	241	103,202	22,15531	1,3847068

Taula 5: Ponderacions de la covariància en el model amb la probabilitat com a paràmetre del model (Tree)
(T: hores per període, R:branques, P:períodes)

On,

Tipus 1: *wpcov[i.,]:=1* i *w[i,j]:=1*

Tipus 2 : *wpcov[i,j] :=1/(j-i)* i *w[i,j]:=1*

Tipus 3: *wpcov[i,j]:= 1* i *w[i,j]:= wpcov[i,j]/(corr[i,j]*(stdev[per,i]*stdev[per, j]))^2*

Tipus 4: *wpcov[i,j] :=1/(j-i)* i *w[i,j]:= wpcov[i,j]/(corr[i,j]*(stdev[per,i]*stdev[per, j]))^2*

Els resultats obtinguts respecte a les ponderacions de les covariàncies en el cas de resoldre el nostre problema considerant que les probabilitats són variables del model es troben a la taula següent.

Tipus	#T	#R	# P	# escenaris	# variables	#Nodes	Temps CPU	S Funció objectiu	Mitjana f.o.
1	24	6	2	36	1050	43	2,54016	9,45348	1,3504971
2	24	6	2	36	1050	43	3,83624	9,07605	1,2965785
3	24	6	2	36	1050	43	10,6847	13,35897	1,9084242
4	24	6	2	36	1050	43	5,46834	11,87878	1,6969685
1	24	10	2	100	2750	111	24,3375	13,50915	1,2281045
2	24	10	2	100	2750	111	24,4295	13,43804	1,22164
3	24	10	2	100	2750	111	86,6254	16,38226	1,4892963
4	24	10	2	100	2750	111	39,3105	15,50796	1,4098145
1	24	15	2	225	6000	241	117,715	19,24821	1,2030131
2	24	15	2	225	6000	241	166,826	17,99504	1,1996693
3	24	15	2	225	6000	241	439,851	21,95968	1,37248
4	24	15	2	225	6000	241	169,447	21,54226	1,3463912

Taula 6: Ponderacions de la covariància en el model amb la probabilitat com a variable del model (Tree)
(T: hores per període, R:branques, P:períodes)

On els tipus descrits a la taula 5 es corresponen amb els tipus emprats en aquesta taula.

A continuació tenim les mateixes taules que abans, però considerant la construcció d'un fan en lloc d'un arbre.

Tipus	#T	#R	# P	# escenaris	# variables	#Nodes	Temps CPU	S Funció objectiu	Mitjana f.o.
1	48	6	1	6	288	7	3,61623	2,19795	2,19795
2	48	6	1	6	288	7	4,56429	1,95343	1,95343
3	48	6	1	6	288	7	6,4524	2,9276	2,9276
4	48	6	1	6	288	7	4,00425	1,99455	1,99455
1	48	10	1	10	480	11	32,146	0,997539	0,997539
2	48	10	1	10	480	11	26,8537	0,99858	0,99858
3	48	10	1	10	480	11	37,4543	1,2669	1,2669
4	48	10	1	10	480	11	27,9377	1,11247	1,11247
1	48	15	1	15	720	16	110,135	0,792594	0,792594
2	48	15	1	15	720	16	119,791	0,79229	0,79229
3	48	15	1	15	720	16	152,29	0,805093	0,805093
4	48	15	1	15	720	16	115,763	0,757907	0,757907
4	48	25	1	25	1200	26	693,387	0,642065	0,642065

Taula 7: Ponderacions de la covariància en el model amb la probabilitat com a paràmetre del model (Fan)
(T: hores per període, R:branques, P:períodes)

Per a obtenir els resultats amb vint-i-cinc branques ha fet falta augmentar el nombre de variables superbàsiques de mil a mil cinc cents, altrament l'algorisme era incapaç de convergir a una solució.

Tipus	#T	#R	# P	# escenaris	# variables	#Nodes	Temps CPU	S Funció objectiu	Mitjana f.o.
1	48	6	1	6	294	7	12,7928	0,958997	0,958997
2	48	6	1	6	294	7	11,6607	0,905221	0,905221
3	48	6	1	6	294	7	16,625	1,77516	1,77516
4	48	6	1	6	294	7	12,0168	1,2022	1,2022
1	48	10	1	10	490	11	65,0361	0,615405	0,615405
2	48	10	1	10	490	11	80,585	0,61287	0,61287
3	48	10	1	10	490	11	98,6622	0,815011	0,815011
4	48	10	1	10	490	11	82,8332	0,719168	0,719168
1	48	15	1	15	735	16	266,229	0,557575	0,557575
2	48	15	1	15	735	16	194,6	0,566024	0,566024
3	48	15	1	15	735	16	248,5	0,631185	0,631185
4	48	15	1	15	735	16	215,837	0,589702	0,589702
4	48	25	1	25	1225	26	778,189	0,549144	0,549144

Taula 8: Ponderacions de la covariància en el model amb la probabilitat com a variable del model (Fan)
(T: hores per període, R:branques, P:períodes)

Per a obtenir els resultats d'aquesta taula també s'ha augmentat el nombre de variables superbàsiques fins a mil cinc centes.

Observant els resultats obtinguts en les diferents taules podem veure que hi ha un lleuger augment tant dels valors de la suma de les funcions objectiu com en la mitjana d'aquestes quan es ponderen les diferències entre la covariància teòrica i la real segons els valors de la covariància teòrica (tipus 3). Tot i que a primer cop d'ull sembli un contrasentit això s'explica pel fet que les desviacions estàndard de les previsions dels preus són, en general, valors més petits de 1. Per tant estem dividint per un nombre menor que 1, és a dir afegim un factor de penalització. Segueix essent, però, estadísticament més correcte que no pas considerar per igual totes les covariàncies i per tant seran preses en compte.

Introduir la ponderació que dona més pes a les covariàncies entre els preus de les hores més properes produeix lleugeres millores respecte al cas anterior (tipus 3) i per tant les prendrem en consideració. Les especificacions escollides són doncs les corresponents al tipus 4.

4.2.2 Ponderacions dels moments

A la taula següent podem trobar els resultats obtinguts respecte a les ponderacions dels quatre moments centrals en el cas del resoldre el nostre problema considerant que les probabilitats són paràmetres del model en cada una de les situacions descrites. Per a poder-les comparar, emprarem el temps total de CPU i la suma per a tots els problemes resolts dels valors de la funció objectiu i la mitjana per a tots els problemes resolts del valor de la funció objectiu.

Els valors de la taula corresponents a tipus són iguals per a totes les taules i corresponen a:

Tipus 1:

```
wpmean := 0.25;
wpvariance := 0.25;
wpskewness := 0.25;
wpflatness := 0.25;
```

Tipus 2:

```
wpmean := 0.45;
wpvariance := 0.45;
wpskewness := 0.05;
wpflatness := 0.05;
```

Tipus 3:

```
wpmean := 0.59375;
wpvariance := 0.28125;
wpskewness := 0.0625;
wpflatness := 0.0625;
```

Tipus 4:

```
wpmean := 0.28125;
wpvariance := 0.59375;
wpskewness := 0.0625;
wpflatness := 0.0625;
```

Tipus	#T	#R	# P	# escenaris	# variables	#Nodes	Temps CPU	S Funció objectiu	Mitjana f.o.
1	24	6	2	36	1008	43	3,04019	48,94357	6,9919385
2	24	6	2	36	1008	43	3,32421	11,36185	1,6231214
3	24	6	2	36	1008	43	3,1882	13,67845	1,9540642
4	24	6	2	36	1008	43	3,33621	13,93265	1,9903785
1	24	10	2	100	2640	111	16,581	60,96769	5,5425172
2	24	10	2	100	2640	111	19,1132	13,69043	1,2445845
3	24	10	2	100	2640	111	19,3812	16,92602	1,5387290
4	24	10	2	100	2640	111	20,8773	16,95856	1,5416872
1	24	15	2	225	5760	241	78,6729	80,6542	5,0408875
2	24	15	2	225	5760	241	113,899	17,95778	1,1223612
3	24	15	2	225	5760	241	98,0901	22,07684	1,3798025
4	24	15	2	225	5760	241	111,783	22,12168	1,382605

Taula 9: Ponderacions dels moments en el model amb la probabilitat com a paràmetre del model (Tree)
(T: hores per període, R:branques, P:períodes)

Els resultats obtinguts respecte a les ponderacions dels moments centrals en el cas de resoldre el nostre problema considerant que les probabilitats són variables del model es troben a la taula següent.

Tipus	#T	#R	# P	# escenaris	# variables	#Nodes	Temps CPU	S Funció objectiu	Mitjana f.o.
1	24	6	2	36	1050	43	5,34833	40,84173	5,8345328
2	24	6	2	36	1050	43	6,24839	9,83793	1,4054185
3	24	6	2	36	1050	43	4,55628	11,85471	1,69353
4	24	6	2	36	1050	43	6,14438	11,9853	1,7121857
1	24	10	2	100	2750	111	41,1506	58,3337	5,3030636
2	24	10	2	100	2750	111	48,459	12,59602	1,1450927
3	24	10	2	100	2750	111	48,235	15,68074	1,4255218
4	24	10	2	100	2750	111	49,5751	15,70527	1,4277518
1	24	15	2	225	6000	241	181,919	80,24015	5,0150093
2	24	15	2	225	6000	241	258,256	17,30318	1,0814487
3	24	15	2	225	6000	241	176,071	21,45262	1,3407887
4	24	15	2	225	6000	241	253,84	21,50899	1,3443118

Taula 10: Ponderacions dels moments en el model amb la probabilitat com a variable del model (Tree) (T: hores per període, R:branques, P:períodes)

A continuació tenim les mateixes taules que abans, però considerant la construcció d'un fan en lloc d'un arbre.

Tipus	#T	#R	# P	# escenaris	# variables	#Nodes	Temps CPU	S Funció objectiu	Mitjana f.o.
1	48	6	1	6	288	7	5,60435	6,7304	6,7304
2	48	6	1	6	288	7	4,03225	1,88442	1,88442
3	48	6	1	6	288	7	4,45228	2,14962	2,14962
4	48	6	1	6	288	7	4,8043	2,21311	2,21311
1	48	10	1	10	480	11	28,8538	3,75186	3,75186
2	48	10	1	10	480	11	26,4777	0,908622	0,908622
3	48	10	1	10	480	11	25,8976	1,10999	1,10999
4	48	10	1	10	480	11	28,1418	1,12068	1,12068
1	48	15	1	15	720	16	132,4	2,64634	2,64634
2	48	15	1	15	720	16	133,88	0,618422	0,618422
3	48	15	1	15	720	16	113,203	0,757771	0,757771
4	48	15	1	15	720	16	108,831	0,776169	0,776169
2	48	25	1	25	1200	26	757,883	0,511573	0,511573

Taula 11: Ponderacions dels moments en el model amb la probabilitat com a paràmetre del model (Fan) (T: hores per període, R:branques, P:períodes)

En vista dels resultats obtinguts en les proves amb les ponderacions de les covariàncies, s'ha augmentat en nombre de variables superbàsiques a 1500.

Tipus	#T	#R	# P	# escenaris	# variables	#Nodes	Temps CPU	S Funció objectiu	Mitjana f.o.
1	48	6	1	6	294	7	10,5087	5,26168	5,26168
2	48	6	1	6	294	7	11,8087	1,11372	1,11372
3	48	6	1	6	294	7	12,2928	1,39191	1,39191
4	48	6	1	6	294	7	13,6249	1,20267	1,20267
1	48	10	1	10	490	11	68,0443	2,26568	2,26568
2	48	10	1	10	490	11	78,0569	0,582563	0,582563
3	48	10	1	10	490	11	68,4043	0,723231	0,723231
4	48	10	1	10	490	11	82,5852	0,721158	0,721158
1	48	15	1	15	735	16	170,139	2,02917	2,02917
2	48	15	1	15	735	16	188,808	0,489618	0,489618
3	48	15	1	15	735	16	201,305	0,59419	0,59419
4	48	15	1	15	735	16	203,357	0,596476	0,596476
2	48	25	1	25	1225	26	718,157	0,458121	0,458121

Taula 12: Ponderacions dels moments en el model amb la probabilitat com a variable del model (Fan)
(T: hores per període, R:branques, P:períodes)

Si observem els resultats obtinguts en les diferents taules veiem que la opció que proporciona uns resultats pitjors en termes de valors de la suma de funcions objectiu i mitjana de les funcions objectiu és la ponderació per igual de tots els quatre moments centrals (tipus 1).

Donar poca importància a que els valors de preu obtinguts ajustin ve els moments centrals d'orde tres i quatre és coherent amb la preocupació perquè els valors dels preus que obtinguem s'ajustin bé sobretot a la previsió que tenim, però també a la variància d'aquesta previsió. La opció tres dona més importància a ajustar-se a la previsió, mentre que la opció quatre dona més importància a ajustar-se a la variància de la previsió. És però la opció dos, que dona igual importància a ajustar-se a la previsió i a ajustar-se a la seva variància, la que proporciona resultats lleugerament millors. Això unit al fet que no es tenen motius a priori per decantar-se cap a un model que prioritzi més la previsió o la variància de la previsió fa que el millor sigui decantar-se per les opcions del tipus 2.

4.3 Nombre de branques

El nombre de branques en què ramifiquem el nostre arbre també pot influir en el valor de la nostra funció objectiu. Per aquest motiu s'han realitzat diverses proves per veure com evoluciona el valor de la funció objectiu i el temps de CPU. Per a la realització de les proves s'han fet servir les especificacions resultants de les decisions preses en els apartats anteriors.

En aquest apartat per a decidir quin és el millor arbre d'escenaris s'ha intentat buscar un equilibri entre un temps de CPU raonable i la millora de la informació.

A la taula següent es troben els valors corresponents a la construcció d'un arbre en el cas que considerem que la probabilitat de les branques és un paràmetre del model.

#T	#R	#P	# escenaris	#Nodes	# variables	Temps CPU	S Funció objectiu	Mitjana f.o.	% ? SumRes
24	3	2	9	13	288	0,852052	13,12	3,28	-
24	4	2	16	21	480	0,872055	11,73503	2,347006	-28,44%
24	5	2	25	31	720	1,91612	10,99912	1,8331866	-21,89%
24	6	2	36	43	1008	3,43621	9,67476	1,61246	-12,04%
24	7	2	49	57	1344	5,89237	11,89888	1,48736	-7,76%
24	8	2	64	73	1728	8,91656	12,43866	1,3820733	-7,08%
24	9	2	81	91	2160	13,0288	13,07246	1,307246	-5,41%
24	10	2	100	111	2640	19,0332	13,68188	1,2438072	-4,85%
24	11	2	121	132	3168	30,3259	14,40196	1,2001633	-3,51%
24	12	2	144	157	3744	41,9666	15,12256	1,1632738	-3,07%
24	13	2	169	183	4368	61,7319	16,06646	1,1476042	-1,35%
24	14	2	196	211	5040	84,3733	16,90381	1,1269206	-1,80%
24	15	2	225	241	5760	109,759	17,83493	1,1146831	-1,09%
24	20	2	400	421	10080	367,215	22,52838	1,07278	-3,76%
24	25	2	625	651	15600	883,619	27,27084	1,0488784	-2,23%

Taula 13: Nombre de branques en el model amb la probabilitat com a paràmetre del model (Tree)
(T: hores per període, R:branques, P:períodes. El % ? està calculat respecte al valor anterior.)

Pel que fa al nombre de branques es pot observar que al principi afegir una branca més a la construcció aporta una millora gran en la funció objectiu. Augmenta també el temps emprat per a solucionar el problema. Amb onze branques ja es comencen a obtenir mitjanes de la funció objectiu força properes a 1. La davallada en la mitjana de la funció objectiu segueix fins a les quinze branques. A partir d'aquí les diferències són ja més petites (s'obté un percentatge de decreixement en la mitjana de la suma de les funcions objectius inferior a l'u per cent) i el temps de computació augmenta però considerablement.

Els resultats obtinguts respecte al nombre de branques en el cas de resoldre el nostre problema considerant que les probabilitats són variables del model es troben a la taula següent.

#T	#R	#P	# escenaris	#Nodes	# variables	Temps CPU	S Funció objectiu	Mitjana f.o.	% inc SumRes
24	3	2	9	13	300	0,272016	13,50502	3,376255	-
24	4	2	16	21	500	0,860054	10,44973	2,089946	-38,10%
24	5	2	25	31	750	2,40415	9,87986	1,6466433	-21,21%
24	6	2	36	43	1050	5,21233	9,77223	1,3960328	-15,22%
24	7	2	49	57	1400	9,97662	10,2266	1,278325	-8,43%
24	8	2	64	73	1800	20,2893	10,96627	1,2184744	-4,68%
24	9	2	81	91	2250	33,1701	11,75439	1,175439	-3,53%
24	10	2	100	111	2750	47,847	12,67113	1,1519209	-2,00%
24	11	2	121	132	3300	68,6723	13,5013	1,1251083	-2,33%
24	12	2	144	157	3900	95,1139	14,4402	1,1107846	-1,27%
24	13	2	169	183	4550	119,443	15,43465	1,102475	-0,75%
24	14	2	196	211	5250	172,455	16,37277	1,091518	-0,99%
24	15	2	225	241	6000	155,102	17,25016	1,078135	-1,23%
24	20	2	400	421	10500	669,11	22,01042	1,0481152	-2,78%

Taula 14: Nombre de branques en el model amb la probabilitat com a variable del model (Tree)
(T: hores per període, R:branques, P:períodes. El % ? està calculat respecte al valor anterior.)

Pel que fa en els resultats obtinguts en el model amb la probabilitat com a variable s'observa un comportament semblant al del model amb la probabilitat com a paràmetre. La davallada en la funció objectiu sembla que s'estanqui amb onze branques. El percentatge de disminució de la mitjana de la suma de les funcions objectius és proper a l'u per cent. A partir d'aquí el temps d'execució comença a ser superior a un minut. El fet que amb un nombre inferior de branques obtinguem resultats semblants als del model que considera la probabilitat com a variable és un comportament normal ja descrit en la bibliografia específica [24] [25].

[24] N. Gülpinar, B. Rustem, R. Settergren. *Simulation and optimization approaches to scenario tree generation*. **[7]**

[25] K. Höyland, S.W. Wallace. *Generating Scenario Trees for Multistage Decision Problems*. **[8]**

#T	#R	#P	# escenaris	#Nodes	# variables	Temps CPU	S Funció objectiu	Mitjana f.o.	% inc SumRes
48	3	1	3	4	144	0,380023	7,93252	7,93252	-
48	4	1	4	5	192	0,812051	4,28454	4,28454	-45,99%
48	5	1	5	6	240	2,16813	2,52527	2,52527	-41,06%
48	6	1	6	7	288	3,80024	2,09272	2,09272	-17,13%
48	7	1	7	8	336	6,48841	1,45198	1,45198	-30,62%
48	8	1	8	9	384	10,6327	1,19105	1,19105	-17,97%
48	9	1	9	10	432	14,7489	1,04983	1,04983	-11,86%
48	10	1	10	11	480	24,2695	0,95611	0,95611	-8,93%
48	11	1	11	12	528	30,5019	0,819053	0,819053	-14,33%
48	12	1	12	13	576	45,7669	0,751738	0,751738	-8,22%
48	13	1	13	14	624	61,8039	0,698825	0,698825	-7,04%
48	14	1	14	15	672	94,2139	0,656733	0,656733	-6,02%
48	15	1	15	16	720	113,519	0,619143	0,619143	-5,72%
48	25	1	25	26	1200	757,883	0,511573	0,511573	-17,37%

Taula 15: Nombre de branques en el model amb la probabilitat com a paràmetre del model (Fan)
(T: hores per període, R:branques, P:períodes. El % ? està calculat respecte al valor anterior.)

A la taula anterior trobem els resultats per un fan construït amb la probabilitat com a paràmetre del model. A primera vista destaca que els valors de la funció objectiu son en general més baixos que en el cas de la construcció d'arbres. Amb nou branques ja obtenim resultats de la mitjana de la funció objectiu propers a 1.

#T	#R	#P	# escenaris	#Nodes	# variables	Temps CPU	S Funció objectiu	Mitjana f.o.	% inc SumRes
48	3	1	3	4	147	0,616038	6,95893	6,95893	-
48	4	1	4	5	196	1,74411	4,25062	4,25062	-38,92%
48	5	1	5	6	245	5,49234	1,82039	1,82039	-57,17%
48	6	1	6	7	294	12,9968	1,13486	1,13486	-37,66%
48	7	1	7	8	343	22,6574	0,863019	0,863019	-23,95%
48	8	1	8	9	392	45,9749	0,700675	0,700675	-18,81%
48	9	1	9	10	441	58,4117	0,634324	0,634324	-9,47%
48	10	1	10	11	490	61,0718	0,598337	0,598337	-5,67%
48	11	1	11	12	539	80,433	0,601441	0,601441	0,52%
48	12	1	12	13	588	125,016	0,523312	0,523312	-12,99%
48	13	1	13	14	637	133,884	0,506808	0,506808	-3,15%
48	14	1	14	15	686	157,626	0,507229	0,507229	0,08%
48	15	1	15	16	735	275,229	0,490368	0,490368	-3,32%
48	25	1	25	26	1225	718,157	0,458121	0,458121	-6,58%

Taula 16: Nombre de branques en el model amb la probabilitat com a variable del model (Fan)
(T: hores per període, R:branques, P:períodes. El % ? està calculat respecte al valor anterior.)

Pel que fa als resultats obtinguts en la construcció d'un fan, que es poden veure a la taula anterior, s'assoleixen valors de la funció objectiu propers a 1 amb tan sols sis branques. A partir de onze branques es tenen temps d'execució ja superen el minut.

4.4 Constriccions a la probabilitat

Les limitacions que s'han posat als possibles valors de la probabilitat podrien influir en els valors de la funció objectiu. En concret s'han realitzat proves amb el límit superior de la probabilitat.

Tipus 1: límit superior de 0,5.

Tipus 2: límit superior de 0,4

Tipus 3: límit superior de 0,3

Tipus	# T	# R	# P	# escenaris	# variables	#Nodes	Temps CPU	S Funció objectiu	Mitjana f.o.
1	24	6	2	36	1050	43	4,69229	9,78993	1,39856143
2	24	6	2	36	1050	43	4,36427	9,96626	1,42375143
3	24	6	2	36	1050	43	4,64429	10,08401	1,44057286
1	24	12	2	144	7644	157	100,766	14,52472	1,11728615
2	24	12	2	144	7644	157	108,039	14,49618	1,11509077
3	24	12	2	144	7644	157	102,542	14,42725	1,10978846
1	48	8	1	8	392	9	31,0299	0,733468	0,733468
2	48	8	1	8	392	9	32,35	0,725111	0,725111
3	48	8	1	8	392	9	33,5741	0,740679	0,740679
1	48	11	1	11	539	12	93,1458	0,558229	0,558229
2	48	11	1	11	539	12	77,2368	0,564415	0,564415
3	48	11	1	11	539	12	96,43	0,557912	0,557912

Taula 17: Constriccions a la probabilitat

(T: hores per període, R:branques, P:períodes.)

Observant la taula anterior es pot veure que no hi ha pràcticament diferències entre fer servir un límit de la probabilitat o un altre. Així doncs s'ha mantingut la constricció inicial de 0,5.

4.5 Resum de les conclusions

En l'estudi computacional del mètode desenvolupat en els apartats dos, tres i quatre d'aquest capítol ens porten a prendre una sèrie de decisions en cada un dels aspectes estudiats.

Pel que fa a les ponderacions de la covariància entre les diferents hores la decisió persa és la de considerar la ponderació que té en compte la covariància entre dues hores i la distància que hi ha entre les dues hores.

Respecte a les ponderacions dels moments s'ha arribat a la conclusió que el més coherent és donar igual importància a ajustar la previsió i la variància de la previsió i una importància menor a ajustar els moments d'ordre tres i quatre. No hi ha cap motiu a priori per decantar-se a donar un major pes a la previsió que a la seva variància o *vice versa* i la opció de donar igual pes a la previsió i a la seva variància dona resultats lleugerament millors.

Finalment, s'ha vist que els tres límits superiors a la probabilitat de les branques que s'han testat donen resultats similars. Per tant s'ha mantingut la constricció inicial de 0,5.

4.6 Resultats

Observant els resultats presentats als apartats anteriors es pot veure que els resultats obtinguts en la construcció d'arbres i fan amb la probabilitat de les branques com a variable del model dona resultats millors pel que fa a la funció objectiu. Cal veure ara si els valors de les diferents branques ajusten prou bé a les previsions.

Al gràfic següent podem veure la representació dels escenaris obtinguts considerant que la probabilitat de les branques és un paràmetre del model en la construcció d'un arbre d'escenaris amb onze branques. En negre està representada la sèrie de previsions.

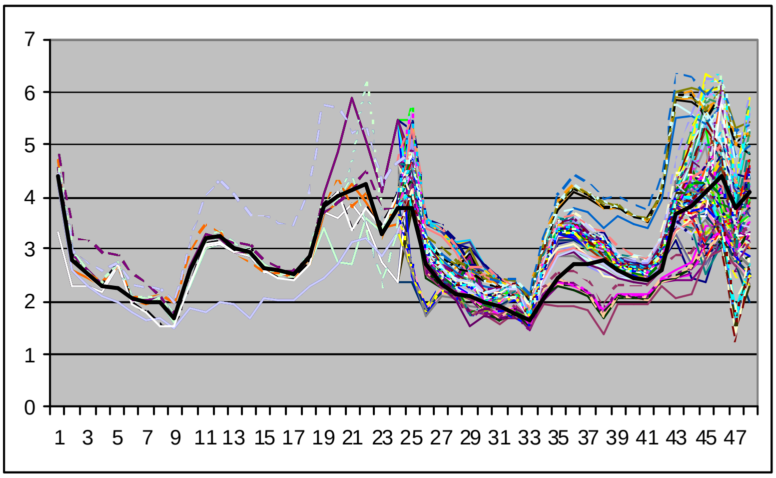


Figura 9: Escenaris d'un arbre amb la probabilitat com a paràmetre del model

Al gràfic següent podem veure la representació dels escenaris obtinguts considerant que la probabilitat de les branques és una variable del model en la construcció d'un arbre d'escenaris amb onze branques. En negre està representada la sèrie de previsions.

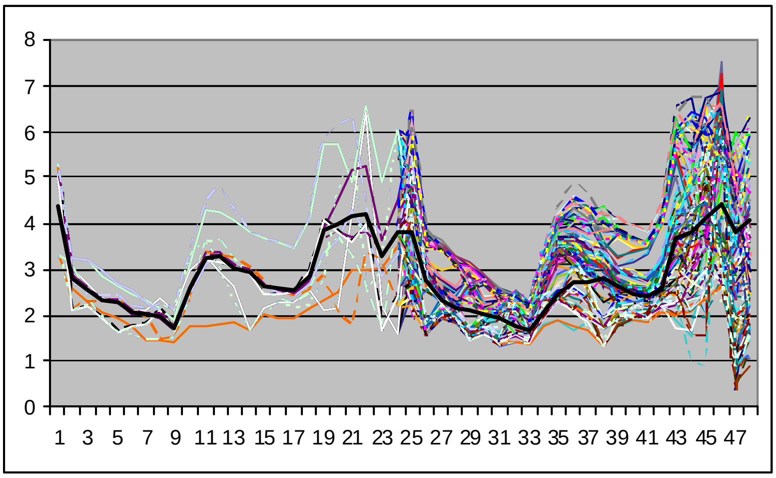


Figura 10: Escenaris d'un arbre amb la probabilitat com a variable del model

Podem veure que ambdós representa prou bé la previsió dels preus. Per tant, considerant que en termes de funció objectiu és millor l'arbre amb la probabilitat de les branques com a variable del model, ens quedarem amb aquesta darrera.

Si fem el mateix amb els escenaris obtinguts en la construcció d'un fan amb la probabilitat com a paràmetre del model i considerant que ajustem a 15 branques obtenim els resultats següents. En negre s'ha representat també la sèrie de previsions.

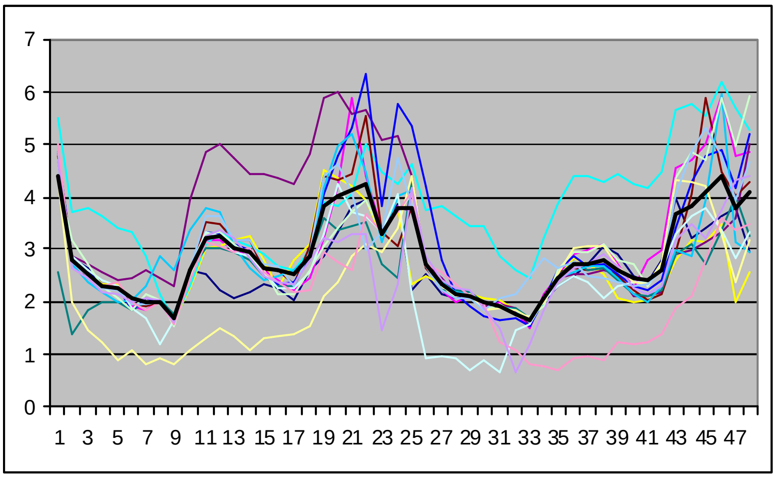


Figura 11: Escenaris d'un fan amb la probabilitat com a paràmetre del model

Si fem el mateix amb la construcció d'un fan amb la probabilitat com a variable del model i amb quinze branques obtenim els següents resultats. En negre es mostra també la sèrie de previsions.

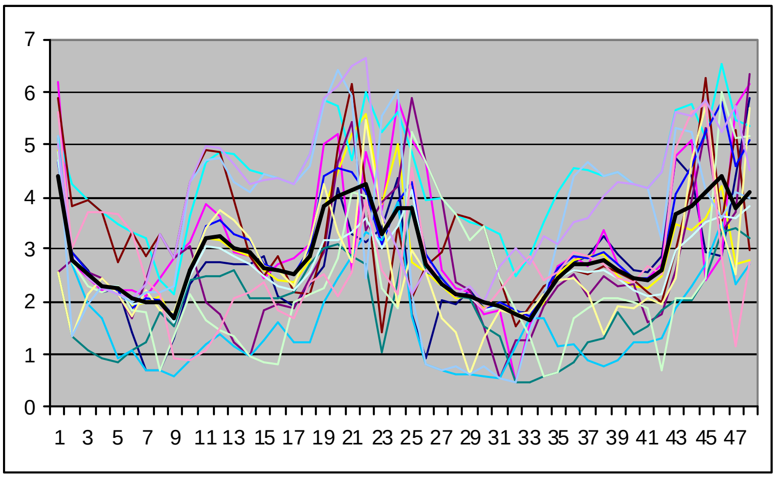


Figura 12: Escenaris d'un fan amb la probabilitat com a variable del model

Com en el cas anterior, el model amb la probabilitat com a variable del model ajusta millor a la sèrie de previsions. Això, unit al fet que els valors de la funció objectiu també són millors, fa que ens quedem amb aquesta darrera opció.

4.7 Aplicació al problema d'oferta òptima al mercat diari d'energia elèctrica.

Tot i que l'estudi de la influència dels diferents arbres generats en la solució del problema d'optimització de la oferta descrit al capítol 2 no forma part dels objectius d'aquest projecte, s'ha volgut mostrar com serien aquest resultats per a alguns dels arbres generats en aquets treball. La següent taula mostra un resum dels resultats obtinguts per a un problema amb 9 tèrmiques i dos contractes de futurs amb arbres de 9, 121 i 225 escenaris amb probabilitat variable. Els fitxers .mod i .dat usats en les execucions es poden trobar a l'Annex 2.

# escenaris	#variables	#const.	Temps CPU (s)	F.O. (€)
9	3.972	4.891	0.26	447.663'42
36	12.909	18.283	1.19	414.199'13
121	41.044	60.443	4.90	428.224'34
225	75.468	112.027	10.81	456.287'57

Les gràfiques de la figura 13 mostra els resultats per a la tèrmica 4 del valor de la potència casada als diferents escenaris (variable p_i^{ts}) i de l'oferta instrumental (variable q_i^t) al llarg dels 48 intervals horaris *i* del problema d'optimització per arbres de 9, 36 i 121 escenaris respectivament.

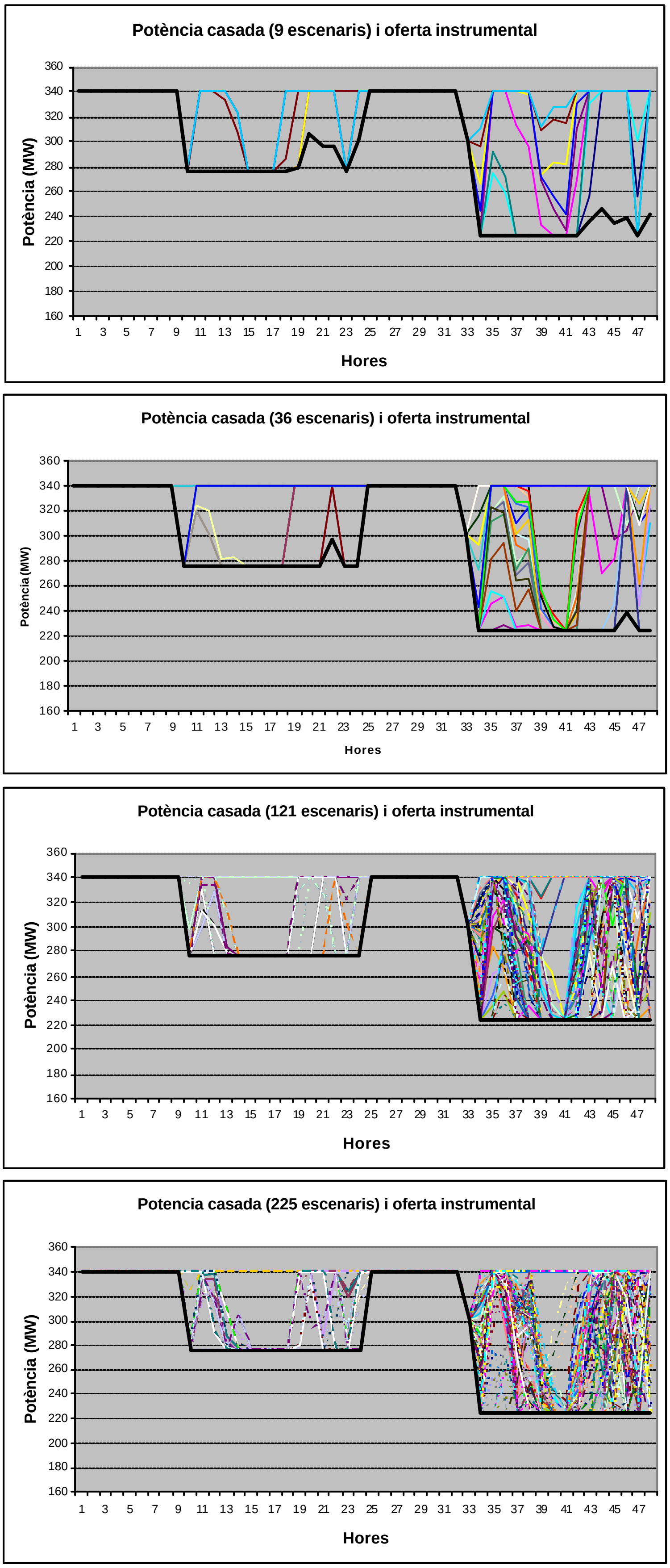
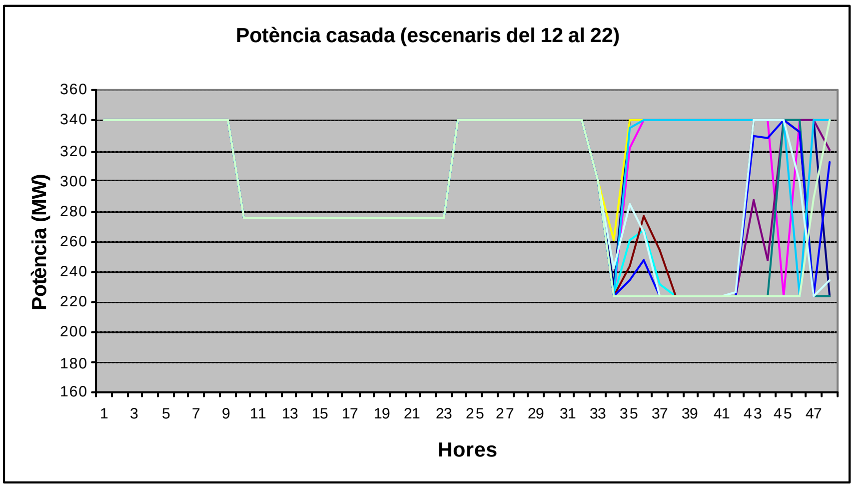
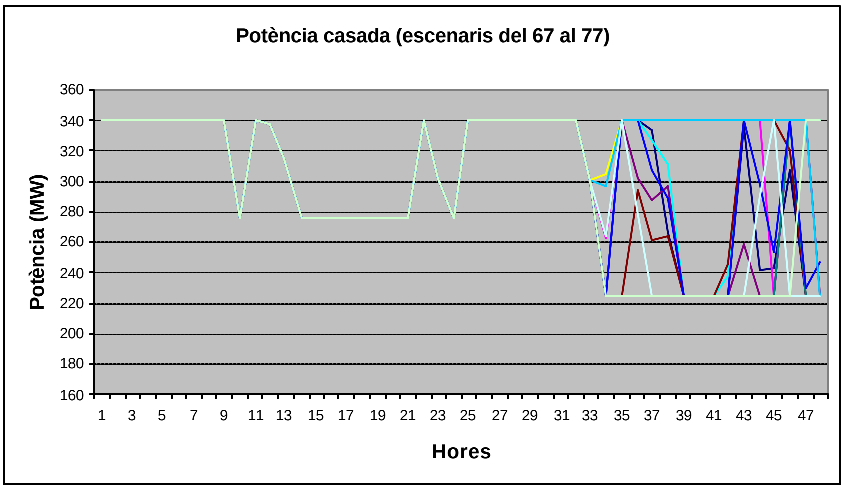


Figura 13: Potència casada i oferta instrumental (línia gruixuda) de la tèrmica 4 per a diferents arbres d'escenaris.

Es pot observar com l'arbre d'escenaris afecta al valor de l'oferta a preu instrumental (línia gruixuda), doncs els valors obtinguts pel cas amb 9 escenaris es diferencien dels obtinguts amb 121 i 225 escenaris.

Volem ara mostrar el comportament de les variables del model que depenen dels escenaris, la potència casada, pel cas de l'arbre amb 121 escenaris.





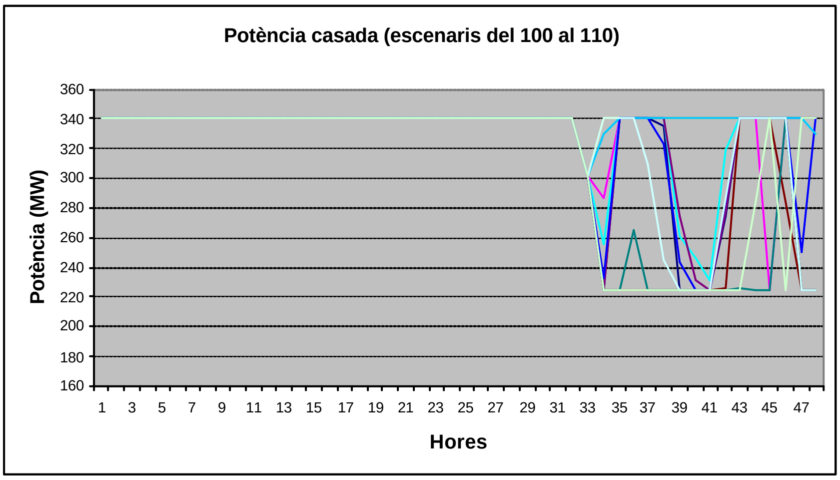


Figura 14: Potencia casada de la tèrmica 4 per a diferents grups d'escenaris.

Cadascuna de les tres gràfiques que es mostren a la figura 14 corresponen al valor de la potencia casada p_i^{ts} per un grup d'onze escenaris *s* que provenen de la mateixa primera ramificació de l'arbre (un dels conjunts *B*(r) del model (2.4), o BScen[] del model AMPL). Si mirem cada gràfica per separat s'aprecia fàcilment com els valors associats als onze escenaris coincideixen durant les 24 primeres hores corresponents al primer període (constriccions de no-anticipativitat). Si comparem ara les tres gràfiques observem també com els valors de la potència casada durant aquestes primeres 24h és diferent per a cada grup d'escenaris.

CAPÍTOL 5

Conclusions

Aquest darrer capítol s'ha dividit en dues parts. La primera està més centrada en les conclusions tècniques del projecte, aquelles més relacionades amb els objectius teòrics expressats en la introducció. La segona part se centra més en els aspectes personals relacionats amb el projecte i està relacionada amb els objectius personals.

5.1 Aspectes tècnics

Els objectius teòrics del projecte es poden resumir en cinc punts principals. Com a primer objectiu tècnic es va plantejar l'estudi de les tècniques de construcció d'arbres d'escenaris. En aquest sentit es va estudiar la bibliografia existent i es va optar per desenvolupar el model de generació d'arbres d'escenaris per ajust de moments mitjançant l'optimització seqüencial.

A partir de la bibliografia específica es va poder dissenyar un model d'optimització per a la generació d'arbres d'escenaris amb tècniques d'ajust de moments apropiat per a representar la incertesa sobre el preu de l'energia en el mercat elèctric espanyol. Es van prendre en consideració dos models diferents, un en què la probabilitat de cada una de les branques de l'arbre era un paràmetre del model i un altre en què aquestes probabilitats eren variables del model. Aquests dos models es van emprar per construir arbres d'escenaris i fans.

La implementació del model en AMPL es troba extensament descrita en el capítol tercer del projecte. Les semblances que hi ha entre la notació matemàtica i el llenguatge de programació AMPL fan que el programa sigui familiar a qualsevol persona que hagi estudiat càlcul o àlgebra. Hi ha petites variacions relacionades amb les diferències entre els models amb la probabilitat com a paràmetre o com a variable i entre l'estructura d'arbre i de fan.

És en el capítol quart en el què s'explora el comportament computacional del mètode desenvolupat. Es fan probes per intentar esbrinar quins són els valors millors per a una sèrie de paràmetres que han de ser proporcionats per l'usuari. En concret es testen les ponderacions de les covariàncies, les ponderacions dels moments, el nombre de branques de l'arbre i les constriccions a la probabilitat. Les conclusions a les quals s'ha arribat es poden resumir de la manera següent:

- Pel que fa a les ponderacions de les covariàncies els resultats millors i estadísticament més correctes corresponen a ponderar segons la covariància que hi ha entre la hora i i la hora j, tot tenint en compte la distància que hi ha entre elles.

- Respecte a les ponderacions dels moments el que volem és donar més importància a la previsió del preu i la seva desviació que no pas als moments d'ordre tres i quatre. Com que no hi ha cap motiu que justifiqui el donar major importància a la previsió que a la seva desviació o ans al contrari, s'escull donar exactament la mateixa importància als moments d'ordre u i dos. La importància dels moments tres i quatre és molt baixa. Això proporciona resultats millor que donar la mateixa importància a tots els moments.

- Pel que fa al nombre de branques que proporciona una millor solució cal buscar un equilibri entre un temps de CPU raonable i una millora de la informació obtinguda. Aquest equilibri canvia segons es consideri un arbre o un fan i segons es tracti la probabilitat de les branques com a paràmetre del model o com a variable del model. Per norma general, caldrà usar un nombre de branques més gran en el cas de considerar la probabilitat de les branques com a paràmetre del model que en el cas d'arbres o fan on la probabilitat és una variable per a obtenir resultats semblants respecte a la millora de la informació.

- Pel que fa a les constriccions a la probabilitat, no s'han observat diferències importants entre els diferents valors considerats. Per tant s'ha mantingut la constricció inicial de 0,5.

Al darrer apartat del capítol quart es pot veure l'aplicació dels resultats obtinguts a un model d'optimització del mercat elèctric. Observat els diferents resultats arribem a la conclusió que l'arbre d'escenaris emprat afecta al valor de l'oferta a preu instrumental de venda, les variables de 1a etapa. Veiem doncs com la generació d'arbres d'escenaris és una part fonamental en la resolució de problemes de presa de decisions mitjançant tècniques de Programació Estocàstica.

5.2 Aspectes personals

Un cop finalitzat el projecte m'he adonat que a nivell formatiu són tan o més importants els objectius personals assolits que els objectius específics del projecte, ja que sense els primers els segons estarien mancats de sentit. És per això que m'agradaria enfocar aquest capítol de conclusions d'una manera més aviat personal, sense deixar de banda però el fons teòric i metodològic del treball.

Tal i com ja he esmentat, la consecució dels objectius personals ha anat estretament lligada a la consecució dels objectius del projecte. Sense l'esforç inicial que va suposar l'aprenentatge del llenguatge de programació AMPL i el solver MINOS la realització del treball hagués estat una comesa senzillament infructuosa.

L'estudi de la construcció dels arbres d'escenaris va suposar una tasca no mancada d'esculls. Les primeres proves realitzades ens van conduir a la decisió de treballar amb un model on la probabilitat de cada una de les branques de l'arbre fos un paràmetre del model. Només quan es va assolir aquest punt es va poder reprendre la idea original de considerar la probabilitat de cada una de les branques de l'arbre com a variable del model, obtenint finalment resultats satisfactoris.

Per tal d'obtenir arbres complets, on cada una de les branques tingués una probabilitat superior a zero, es va incloure una fita inferior a la probabilitat. Traient aquesta condició podem obtenir escenaris amb probabilitat zero. En aquest cas hauríem de modificar l'algorisme per tal de no seguir construint l'arbre a partir d'una branca amb probabilitat zero. Degut a les petites diferències existents entre un arbre i un fan s'han hagut de crear dos fitxers diferents per tal de copiar les dades necessàries en les corresponents estructures.

Arribats a aquest punt sorgeix una pregunta inevitable. Quin és el millor arbre d'escenaris? El més fascinant de tot és que no hi ha una resposta concreta. Tal i com es descriu en els articles en què es basa el projecte, aquesta decisió no tan sols recau en els criteris del modelitzador sinó que els coneixements dels experts en el problema que volem solucionar ens poden ajudar a fer una tria més propera a la realitat. És en aquest afany per a descobrir quin podia ser el millor arbre d'escenaris per el nostre cas que es centra el capítol quart. S'ha tractat cada un dels factors que poden variar de manera independent. Es considera interessant per a experiències futures realitzar un estudi de la interacció dels diferents factors mitjançant un disseny factorial.

Finalment ens pot assaltar una altra qüestió. Quines aplicacions pot tenir generar un arbre d'escenaris? S'han fet servir alguns dels arbres generats per a resoldre el problema de programació estocàstica descrit en el capítol primer. Podem veure d'aquesta manera que la informació proporcionada per els arbres d'escenaris generats realment és una forma factible d'introduir la informació sobre el preu de l'energia elèctrica amb les seves incerteses de manera que sigui útil per a resoldre un problema de Programació Estocàstica.

I ara que ja he arribat al capdavall del camí no puc sinó pensar altre cop en els objectius personals. Mirant enrere sóc realment capaç de comprendre que tota la feina realitzada m'ha servit per a endinsar-me en el coneixement de la Investigació Operativa. M'ha permès veure'n una aplicació pràctica i introduir-me en la Programació Estocàstica. Però més enllà de tot això m'ha ofert la possibilitat de tastar en què pot consistir la feina d'un estadístic.

Bibliografia

[1] M. Amell, L. Bernáldez. *Previsió de preus i planificació de la producció en el mercat elèctric espanyol*. PFC Diplomatura d'Estadística, FME, UPC (2005).

[2] P. Baldi. *Calcolo delle probabilità e statistica*. Ed. Mc Graw-Hill Libri Italia srl 1998.

[3] J.R.Birge, F. Louveaux. *Introduction to Stochastic Programming*. Ed. Springer 1997

[4] C. Corchero. *Problema del període òptim d'oferta d'una unitat tèrmica.* PFC Llicenciatura en Ciències i Tècniques Estadístiques, FME, UPC (2004).

[5] C. Corchero. *Modelització i optimització de l'oferta a curt termini d'una companyia de generació al MIBEL*. Tesina. Dept. Estadística i Investigació Operativa, UPC (2005).

[6] R. Fourer, D.M. Gay, B. W. Kernighan. *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*. Duxbury Press. Second Edition 2002.

[7] N. Gülpinar, B. Rustem, R. Settergren. *Simulation and optimization approaches to scenario tree generation*. Journal of Economic Dynamics & Control 28 (2004) 1291 – 1315.

[8] K. Höyland, S.W. Wallace. *Generating Scenario Trees for Multistage Decision Problems*. Management Science 2001 Informs Vol. 47, No. 2, February 2001 pp. 295-307.

[9] P. Kall, S.W. Wallace. *Stochastic Programming*. Ed. Wiley 1997

[10] A. Murtagh & M.A. Saunders. *Minos 5.4 user's guide.* Techinical report, System Optimization Laboratory. Dept. of Operations Research, Stanford University, 1995.

[11] D. Peña. *Análisis de series temporales*. Ed. Alianza 2005.

[12] A. Shapiro & A. Philpott. *A Tutorial on Stochastic Programming.* http://stoprog.org/

[13] M.A. Weiss. *Data Structures & Problem Solving Using Java.* Ed. Pearson Addison Wesley 2006.

[14] AMPL Official Web site http://www.ampl.com

[15] OMEL (Operador del Mercado Ibérico de Energía) http://www.omel.es

[16] Red Eléctrica Española http://www.ree.es

[17] Stanford Business Software INC. http://www.sbsi-sol-optimize.com

[18] *Using AMPL Studio*. Optirisk Systems http://www.optirisk-systems.com

ANNEXE I

Fitxers .mod

1.1 Fitxer .mod per a la probabilitat com a paràmetre del model

```
param T >0 integer; #nombre total de hores per període
param P >= 1 integer; #nombre total de períodes
param R{1..P} >0 integer; #nombre total de ramificacions o branques

param per; #paràmetre auxiliar

param NN:=1+sum{p in 1..P}R[p]^p; #nombre total de nodes. El node
inicial és el node 1

#Introdueixo una nova variable període que indiqui a quin període
pertany cada node
param Period{1..NN} default 0;

#Introdueixo la variable predecessor, que indica el predecessor de
cada node.
#En el cas del node 1 el seu predecessor serà sempre el 0, la resta de
predecessors
#s'aniran actualitzant a cada iteració

param Predecessor{1..NN} default 0;
```

```
#Introdueixo també un nou vector que contindrà la probabilitat
d'arribar al node i des del node j
#En el cas del node 1 aquesta probabilitat sempre serà 1

param Probability{1..NN} default 1;

###############
# paràmetres per actualitzar la previsió
###############
param sigmax{1..P,1..T};
param xprice{1..P,1..T};

#Tinc probabilitats diferents a cada node. Faig servir la variable
Proba per fer l'optimització
# i em guardo els resultats al vector Probabilitat

# a partir del segon període cal actualitzar la mitjana

param flatness{1..T};
param skewness{1..T};
param stdev{1..P,1..T};
param mean{1..P, 1..T};

param mcorrected{1..T};

#Considerem que la ponderació prima de cada moment no varia entre
nodes ni períodes
#Es podria considerar que fos diferent en cada cas

param wpflatness in [0,1];
param wpskewness in [0,1];
param wpvariance in [0,1];
param wpmean in [0,1];

      check wpflatness+wpskewness+wpvariance+wpmean=1;

param pondflatness {t in 1..T} := wpflatness/(flatness[t])^2;
param pondskewness {t in 1..T} := wpskewness/(skewness[t])^2;
param pondvariance {p in 1..P, t in 1..T} :=
wpvariance/(stdev[p,t])^4;
```

```
param pondmean{p in 1..P,t in 1..T} default wpmean/mean[p,t]^2;

#La considerem constant
param corr {i in 1..T, j in 1..T} in [-1,1];
      check{i in 1..T, j in 1..T: i!=j}: corr[i,j]=corr[j,i];
      check{i in 1..T, j in 1..T :i=j}: corr[i,j]=1;

#afegeixo el paràmetre de ponderació de les covariàncies entre els
preus;

param wpcov{i in 1..T, j in 1..T:i<j} :=1/(j-i);

param w{i in 1..T, j in 1..T:i<j}
:=wpcov[i,j]/(corr[i,j]*(stdev[per,i]*stdev[per, j]))^2;
#     check sum{i in 1..T, j in 1..T: i<j} w[i,j]=1;

#afegeixo els paràmetres corresponents a la matriu de covariàncies
entre els preus;

#var Proba {1..R[per]} default 1/R[per], >=0.01,<=0.5;
param Proba {1..R[per]} default 1/R[per];

#Em passa el mateix amb el preu. En aquest cas el vector que faig
servir per a guardar els resultats
#serà el vector FinalPrice

param FinalPrice {1..NN,1..T};

#Cal veure com es reescriuen els límits de la variable preu

var Price {t in 1..T, r in 1..R[per]}
      >=max(0,mcorrected[t]-3*stdev[per,t]),
      <= (mcorrected[t]+3*stdev[per,t]),
      := max(Normal(mcorrected[t], 1.65*stdev[per,t]),0);

#Defineixo la variable ResidualCov;

var ResidualCov{i in 1..T, j in 1..T: i<j}=
            (sum{r in 1..R[per]}(Price[i,r]-mcorrected[i])*(Price[j,r]-
mcorrected[j])*Proba[r])-(corr[i,j]*(stdev[per,i]*stdev[per,j]));
```

```
var estmean{t in 1..T}=sum{r in 1..R[per]} Price[t,r]*Proba[r];

var ResidualMean{t in 1..T} = (estmean[t]-mcorrected[t])^2;

var ResidualVar{t in 1..T}=((sum{r in 1..R[per]} Proba[r]*(Price[t,r]-
estmean[t])^2)-stdev[per,t]^2)^2;

var ResidualSkewness{t in 1..T}=((sum{r in 1..R[per]}
Proba[r]*(Price[t,r]-estmean[t])^3)-skewness[t])^2;

var ResidualFlatness{t in 1..T}=((sum{r in 1..R[per]}
Proba[r]*(Price[t,r]-estmean[t])^4)-flatness[t])^2;

minimize SumRes: sum{t in 1..T}pondmean[per,t]*ResidualMean[t]+sum{t
in 1..T}pondvariance[per,t]*ResidualVar[t]+sum{t in
1..T}pondskewness[t]*ResidualSkewness[t]
                        +sum{t in
1..T}pondflatness[t]*ResidualFlatness[t] + sum{i in 1..T, j in 1..T:
i<j} w[i,j]*(ResidualCov[i,j])^2;

#subject to Sum1: sum{r in 1..R[per]} Proba[r]=1;
```

1.2 Fitxer .mod per a la probabilitat com a variable del model

```
param T >0 integer; #nombre total de hores per període
param P >= 1 integer; #nombre total de períodes
param R{1..P} >0 integer; #nombre total de ramificacions o branques

param per; #paràmetre auxiliar

param NN:=1+sum{p in 1..P}R[p]^p; #nombre total de nodes. El node
inicial és el node 1

#Introdueixo una nova variable període que indiqui a quin període
pertany cada node
param Period{1..NN} default 0;

#Introdueixo la variable predecessor, que indica el predecessor de
cada node.
```

```
#En el cas del node 1 el seu predecessor serà sempre el 0, la resta de
predecessors
#s'aniran actualitzant a cada iteració

param Predecessor{1..NN} default 0;

#Introdueixo també un nou vector que contindrà la probabilitat
d'arribar al node i des del node j
#En el cas del node 1 aquesta probabilitat sempre serà 1

param Probability{1..NN} default 1;

###############
# paràmetres per actualitzar la previsió
###############
param sigmax{1..P,1..T};
param xprice{1..P,1..T};

#Tinc probabilitats diferents a cada node. Faig servir la variable
Proba per fer l'optimització
# i em guardo els resultats al vector Probabilitat

#Solucionarem el problema per períodes

# a partir del segon període cal actualitzar la mitjana

param flatness{1..T};
param skewness{1..T};
param stdev{1..P,1..T};
param mean{1..P, 1..T};

param mcorrected{1..T};

#Considerem que la ponderació prima de cada moment no varia entre
nodes ni períodes
#Es podria considerar que fos diferent en cada cas

param wpflatness in [0,1];
param wpskewness in [0,1];
param wpvariance in [0,1];
param wpmean in [0,1];
```

```
      check wpflatness+wpskewness+wpvariance+wpmean=1;

param pondflatness {t in 1..T} := wpflatness/(flatness[t])^2;
param pondskewness {t in 1..T} := wpskewness/(skewness[t])^2;
param pondvariance {p in 1..P, t in 1..T} :=
wpvariance/(stdev[p,t])^4;

param pondmean{p in 1..P,t in 1..T} default wpmean/mean[p,t]^2;

#La considerem constant
param corr {i in 1..T, j in 1..T} in [-1,1];
      check{i in 1..T, j in 1..T: i!=j}: corr[i,j]=corr[j,i];
      check{i in 1..T, j in 1..T :i=j}: corr[i,j]=1;

#afegeixo el paràmetre de ponderació de les covariàncies entre els
preus;

param wpcov{i in 1..T, j in 1..T:i<j} :=1/(j-i);

param w{i in 1..T, j in 1..T:i<j}
:=wpcov[i,j]/(corr[i,j]*(stdev[per,i]*stdev[per, j]))^2;
#     check sum{i in 1..T, j in 1..T: i<j} w[i,j]=1;

#afegeixo els paràmetres corresponents a la matriu de covariàncies
entre els preus;

var Proba {1..R[per]} default 1/R[per], >=0.01,<=0.5;
#param Proba {1..R[per]} default 1/R[per];

#Em passa el mateix amb el preu. En aquest cas el vector que faig
servir per a guardar els resultats
#serà el vector FinalPrice

param FinalPrice {1..NN,1..T};

#Cal veure com es reescriuen els límits de la variable preu

var Price {t in 1..T, r in 1..R[per]}
      >=max(0,mcorrected[t]-3*stdev[per,t]),
      <= (mcorrected[t]+3*stdev[per,t]),
```

```
      := max(Normal(mcorrected[t], 1.65*stdev[per,t]),0);

#Defineixo la variable ResidualCov;

var ResidualCov{i in 1..T, j in 1..T: i<j}=
            (sum{r in 1..R[per]}(Price[i,r]-mcorrected[i])*(Price[j,r]-
mcorrected[j])*Proba[r])-(corr[i,j]*(stdev[per,i]*stdev[per,j]));

var estmean{t in 1..T}=sum{r in 1..R[per]} Price[t,r]*Proba[r];

var ResidualMean{t in 1..T} = (estmean[t]-mcorrected[t])^2;

var ResidualVar{t in 1..T}=((sum{r in 1..R[per]} Proba[r]*(Price[t,r]-
estmean[t])^2)-stdev[per,t]^2)^2;

var ResidualSkewness{t in 1..T}=((sum{r in 1..R[per]}
Proba[r]*(Price[t,r]-estmean[t])^3)-skewness[t])^2;

var ResidualFlatness{t in 1..T}=((sum{r in 1..R[per]}
Proba[r]*(Price[t,r]-estmean[t])^4)-flatness[t])^2;

minimize SumRes: sum{t in 1..T}pondmean[per,t]*ResidualMean[t]+sum{t
in 1..T}pondvariance[per,t]*ResidualVar[t]+sum{t in
1..T}pondskewness[t]*ResidualSkewness[t]
                        +sum{t in
1..T}pondflatness[t]*ResidualFlatness[t] + sum{i in 1..T, j in 1..T:
i<j} w[i,j]*(ResidualCov[i,j])^2;

subject to Sum1: sum{r in 1..R[per]} Proba[r]=1;
```

ANNEXE II

Fitxers .dat

1.1 Fitxer .dat per a la 48 hores i 2 períodes

```
# dades per al problema multipèriode

param T:=24;
param P=2;
param R:= 1 15 2 15;

param mean (tr):       1                 2    :=
1                 4.373232683       3.817134938
2                 2.792303842       2.741439699
3                 2.525844646       2.33644991
4                 2.324336402       2.152301253
5                 2.266191117       2.098914907
6                 2.056398692       2.004117912
7                 2.003389508       1.912985527
8                 1.99651412        1.752565124
9                 1.702817956       1.657807796
10                2.57740655        2.057589609
11                3.22406079        2.450155226
12                3.259051249       2.714934438
13                3.040700511       2.705701261
14                2.938620357       2.804301827
15                2.660859737       2.592367835
16                2.587469834       2.460314051
17                2.531191461       2.412064561
18                2.868180926       2.580226653
19                3.844202022       3.669926391
20                4.015067844       3.839592054
21                4.146915148       4.103173936
22                4.218295451       4.400329304
23                3.278865964       3.815038075
```

```
24                3.817082625      4.076936322
;


param stdev (tr):
            1     2:=
1     0.359153572 0.753178574
2     0.228892765 0.394548704
3     0.221643048 0.289453695
4     0.208512826 0.247624985
5     0.211732576 0.237190784
6     0.182769473 0.217803157
7     0.179202101 0.199688656
8     0.1818254   0.168349181
9     0.134581278 0.151307246
10    0.312489435 0.234324727
11    0.494580272 0.333739684
12    0.50970174  0.411581164
13    0.446633518 0.410229233
14    0.419906367 0.442225792
15    0.345897969 0.379571755
16    0.328923606 0.343387098
17    0.3162447   0.331207203
18    0.407573775 0.380324436
19    0.734890495 0.772089049
20    0.804656063 0.848075665
21    0.862360306 0.971882186
22    0.894785092 1.122606136
23    0.542121729 0.846024584
24    0.737422725 0.969516558
;

param flatness:=

1     1.704286055
2     1.751138232
3     1.635557918
4     1.455169278
5     0.879673211
6     1.074729636
7     1.367347812
8     1.473029986
9     1.222469866
10    1.11835683
11    1.573220331
12    1.276512025
13    1.2812887
14    1.152248954
15    1.290378383
16    1.494439351
17    1.442510169
18    1.576349515
19    1.719804245
20    1.754142027
21    1.760053005
22    2.173177497
23    2.069271139
24    1.767226871
;

param skewness:=
```

```
1     -0.547209147
2     -0.116649583
3     0.039697955
4     0.077614443
5     -0.043177986
6     0.160022606
7     -0.052169042
8     -0.060539081
9     0.028768371
10    -0.00518339
11    -0.169568987
12    -0.053481001
13    -0.012000799
14    -0.167962921
15    0.262320567
16    0.402828106
17    0.392158604
18    0.378174105
19    0.383323336
20    0.179758361
21    0.257367894
22    0.66451838
23    -0.031445538
24    0.1393591
;


param corr:    1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
22 23 24:=
1 1 0.801494900656942 0.636859144447026 0.528782788496878
0.46541381707521 0.405036605510445 0.289832997130059
0.0994700239444528 0.0285537800354578 0.0981808648114175
0.200819229298537 0.203648681442 0.173774529827222 0.197635762758871
0.199462665589938 0.145036728252123 0.104477871314150
0.0688313362921206 0.123132886968151 0.248804131130120
0.257522237997804 0.341866444483811 0.446411706899346
0.560642383113695
2 0.801494900656942 1 0.890508406350347 0.784083429523553
0.730926346188954 0.686520059922806 0.590289435461615
0.272103440929226 0.193122176451062 0.243480046906708
0.348123969572515 0.368984936200830 0.361627462600041
0.400929302569917 0.390064035194449 0.332572259161042
0.300021779110123 0.27368598683506 0.279168045516311 0.339431193982667
0.316000943279534 0.425040237554518 0.502988169167574
0.488514615589742
3 0.636859144447026 0.890508406350347 1 0.954525920440794
0.923401058604157 0.899257618061574 0.782333414495928
0.394848961906704 0.304635300005937 0.341478387475224 0.42599954475718
0.454382316147857 0.475310850299912 0.52017123611681 0.525775687922082
0.471030976107197 0.442762220909737 0.414181618841396
0.370493377144327 0.351162369948312 0.289273683942288
0.444957920553371 0.544835444830756 0.395312682068362
4 0.528782788496878 0.784083429523553 0.954525920440794 1
0.982179781099481 0.965081419048389 0.82715529025589 0.429846513141811
0.353685838310568 0.373725213737338 0.449341413722704
0.481528259105677 0.516304989991586 0.559961570280371
0.574846085566604 0.518976260547626 0.486734106960215
0.458879195476033 0.403651519391691 0.340108132522434 0.26555945060091
0.427636216015987 0.53306956785086 0.316038596886083
```

5 0.46541381707521 0.730926346188954 0.923401058604157
0.982179781099481 1 0.987422053168488 0.853786631817402
0.469079317694419 0.388541694722324 0.407488051343754
0.484339399652283 0.517230145556407 0.558709033118105
0.599715979465413 0.611385740509474 0.559427314444483
0.533061191459549 0.5094559063484 0.446649955600477 0.352818518676852
0.262896672664241 0.421695377642654 0.528193805491492
0.280227474870547
6 0.405036605510445 0.686520059922806 0.899257618061574
0.965081419048389 0.987422053168488 1 0.899423669732613
0.536168502049742 0.453469819106622 0.467076064791923
0.534411004335401 0.564263784130406 0.606996312080977
0.643747515327754 0.649828167527914 0.606755962522574
0.586198053494377 0.565767120159657 0.495811566105399
0.384136685384588 0.27644383214736 0.430552057076712 0.515293514901709
0.255064319008265
7 0.289832997130059 0.590289435461615 0.782333414495928
0.82715529025589 0.853786631817402 0.899423669732613 1
0.778355580638451 0.680403015628877 0.680201258478496
0.703189357028011 0.712727996345582 0.72935974591465 0.737982772433217
0.72548912080594 0.720529165652649 0.713923017466364 0.701421665311277
0.638691551722228 0.54432921577911 0.430420967474998 0.507146792916590
0.474108511333366 0.284934681445986
8 0.0994700239444528 0.272103440929226 0.394848961906704
0.429846513141811 0.469079317694419 0.536168502049742
0.778355580638451 1 0.853947773259248 0.773797066029412
0.700740282008183 0.666342535151356 0.630044775282002
0.581255795142268 0.570817791352736 0.616550409745793
0.624654864933505 0.620970179439467 0.589157996074504 0.55861596494486
0.53069648096256 0.431483086313878 0.230167360055143 0.176847579416972
9 0.0285537800354578 0.193122176451062 0.304635300005937
0.353685838310568 0.388541694722324 0.453469819106622
0.680403015628877 0.853947773259248 1 0.92495957253165
0.81143837975742 0.759752236276641 0.695849017202606 0.636640770171885
0.655684786504021 0.721863107016677 0.72410485158417 0.705125534639142
0.695488917678051 0.70750362292584 0.590205766621523 0.400507555048598
0.300403845569941 0.257766099818703
10 0.0981808648114175 0.243480046906708 0.341478387475224
0.373725213737338 0.407488051343754 0.467076064791923
0.680201258478496 0.773797066029412 0.92495957253165 1
0.920893915296202 0.880542440631961 0.82296315487791 0.77144867019842
0.779482043061361 0.833790112995487 0.8313970207674 0.812456008240779
0.804185325718142 0.787526542219282 0.616143233827332
0.453858530697882 0.410925952017942 0.359472120142646
11 0.200819229298537 0.348123969572515 0.42599954475718
0.449341413722704 0.484339399652283 0.534411004335401
0.703189357028011 0.700740282008183 0.81143837975742 0.920893915296202
1 0.973429834147064 0.93343776080684 0.894623913962982
0.86442040999742 0.886402186209995 0.87469037063597 0.859704952422113
0.85398319145591 0.800603471656554 0.581956152713972 0.482753525457155
0.453335799592223 0.389813600780293
12 0.203648681442 0.368984936200830 0.454382316147857
0.481528259105677 0.517230145556407 0.564263784130406
0.712727996345582 0.666342535151356 0.759752236276641
0.880542440631961 0.973429834147064 1 0.96704894133163
0.93241202654517 0.897923729975355 0.902960297633174 0.885407326034923
0.867885871331109 0.852584925702204 0.782457812193602
0.559615712933083 0.483466215874347 0.457024970301361
0.376838775429890
13 0.173774529827222 0.361627462600041 0.475310850299912
0.516304989991586 0.558709033118105 0.606996312080977 0.72935974591465

0.630044775282002 0.695849017202606 0.82296315487791 0.93343776080684
0.96704894133163 1 0.973655048972183 0.927550468516681
0.918597751205738 0.910505860849189 0.90216266836311 0.870513282732818
0.75163504120722 0.515439777076844 0.494353524824671 0.467024296148736
0.33668654859018
14 0.197635762758871 0.400929302569917 0.52017123611681
0.559961570280371 0.599715979465413 0.643747515327754
0.737982772433217 0.581255795142268 0.636640770171885 0.77144867019842
0.894623913962982 0.93241202654517 0.973655048972183 1
0.95125231669815 0.929900826535067 0.920213444181694 0.910391026178752
0.87432486614201 0.73533613383264 0.484688782979234 0.494947252935679
0.532451188755391 0.372195757727946
15 0.199462665589938 0.390064035194449 0.525775687922082
0.574846085566604 0.611385740509474 0.649828167527914 0.72548912080594
0.570817791352736 0.655684786504021 0.779482043061361 0.86442040999742
0.897923729975355 0.927550468516681 0.95125231669815 1
0.975390742748632 0.951115241537044 0.922664817620593
0.885847489362264 0.748540168822216 0.497530559001592
0.499470028871386 0.619602716120097 0.423533669614176
16 0.145036728252123 0.332572259161042 0.471030976107197
0.518976260547626 0.559427314444483 0.606755962522574
0.720529165652649 0.616550409745793 0.721863107016677
0.833790112995487 0.886402186209995 0.902960297633174
0.918597751205738 0.929900826535067 0.975390742748632 1
0.981363026078517 0.952788675572867 0.91597199202355 0.789490949693694
0.53771999838431 0.5106194945264 0.60029632506882 0.41893642990237
17 0.104477871314150 0.300021779110123 0.442762220909737
0.486734106960215 0.533061191459549 0.586198053494377
0.713923017466364 0.624654864933505 0.72410485158417 0.8313970207674
0.87469037063597 0.885407326034923 0.910505860849189 0.920213444181694
0.951115241537044 0.981363026078517 1 0.983433820894666
0.946652467869092 0.803755897997159 0.548212421877629
0.525672594877441 0.581468873593299 0.393439248436956
18 0.0688313362921206 0.27368598683506 0.414181618841396
0.458879195476033 0.5094559063484 0.565767120159657 0.701421665311277
0.620970179439467 0.705125534639142 0.812456008240779
0.859704952422113 0.867885871331109 0.90216266836311 0.910391026178752
0.922664817620593 0.952788675572867 0.983433820894666 1
0.961157803332043 0.802876117161535 0.545067734844095
0.534657728619794 0.549182504579496 0.362098748108369
19 0.123132886968151 0.279168045516311 0.370493377144327
0.403651519391691 0.446649955600477 0.495811566105399
0.638691551722228 0.589157996074504 0.695488917678051
0.804185325718142 0.85398319145591 0.852584925702204 0.870513282732818
0.87432486614201 0.885847489362264 0.91597199202355 0.946652467869092
0.961157803332043 1 0.886175415499852 0.625281574894736
0.567940184272151 0.566625144021482 0.462601209196585
20 0.248804131130120 0.339431193982667 0.351162369948312
0.340108132522434 0.352818518676852 0.384136685384588 0.54432921577911
0.55861596494486 0.70750362292584 0.787526542219282 0.800603471656554
0.782457812193602 0.75163504120722 0.73533613383264 0.748540168822216
0.789490949693694 0.803755897997159 0.802876117161535
0.886175415499852 1 0.821982919570254 0.61393251160394
0.597442526286968 0.638311822120808
21 0.257522237997804 0.316000943279534 0.289273683942288
0.26555945060091 0.262896672664241 0.27644383214736 0.430420967474998
0.53069648096256 0.590205766621523 0.616143233827332 0.581956152713972
0.559615712933083 0.515439777076844 0.484688782979234
0.497530559001592 0.53771999838431 0.548212421877629 0.545067734844095
0.625281574894736 0.821982919570254 1 0.684532074546845
0.499466789367705 0.565087799667899

```
22 0.341866444483811 0.425040237554518 0.444957920553371
0.427636216015987 0.421695377642654 0.430552057076712
0.507146792916590 0.431483086313878 0.400507555048598
0.453858530697882 0.482753525457155 0.483466215874347
0.494353524824671 0.494947252935679 0.499470028871386 0.5106194945264
0.525672594877441 0.534657728619794 0.567940184272151 0.61393251160394
0.684532074546845 1 0.65157087230368 0.556246774174833
23 0.446411706899346 0.502988169167574 0.544835444830756
0.53306956785086 0.528193805491492 0.515293514901709 0.474108511333366
0.230167360055143 0.300403845569941 0.410925952017942
0.453335799592223 0.457024970301361 0.467024296148736
0.532451188755391 0.619602716120097 0.60029632506882 0.581468873593299
0.549182504579496 0.566625144021482 0.597442526286968
0.499466789367705 0.65157087230368 1 0.78490780894773
24 0.560642383113695 0.488514615589742 0.395312682068362
0.316038596886083 0.280227474870547 0.255064319008265
0.284934681445986 0.176847579416972 0.257766099818703
0.359472120142646 0.389813600780293 0.376838775429890 0.33668654859018
0.372195757727946 0.423533669614176 0.41893642990237 0.393439248436956
0.362098748108369 0.462601209196585 0.638311822120808
0.565087799667899 0.556246774174833 0.78490780894773 1;

param sigmax (tr):      1           2 :=
1                 0.1364      0.2245
2                 0.1701      0.2262
3                 0.1848      0.2273
4                 0.1946      0.2282
5                 0.201       0.229
6                 0.2057      0.2298
7                 0.209       0.2305
8                 0.2112      0.231
9                 0.213       0.2315
10                0.2144      0.2321
11                0.2156      0.2326
12                0.2165      0.2331
13                0.2172      0.2335
14                0.2179      0.2339
15                0.2184      0.2344
16                0.219       0.2349
17                0.2195      0.2353
18                0.2199      0.2357
19                0.2203      0.2361
20                0.2207      0.2365
21                0.2212      0.2369
22                0.2215      0.2374
23                0.2218      0.2377
24                0.2222      0.2381
;

param xprice (tr):      1           2:=
1                 1.4662      1.3143
2                 1.0124      0.9829
3                 0.9095      0.8228
4                 0.8245      0.7405
5                 0.7979      0.7152
6                 0.6998      0.6688
7                 0.673       0.6221
8                 0.6691      0.5344
9                 0.5096      0.4787
10                0.9238      0.6946
11                1.1474      0.8691
```

```
12                  1.158       0.9716
13                  1.0885      0.9681
14                  1.0542      1.0038
15                  0.9548      0.9251
16                  0.9267      0.8727
17                  0.9046      0.8528
18                  1.0295      0.9201
19                  1.3223      1.2723
20                  1.3657      1.3174
21                  1.3979      1.3837
22                  1.4149      1.4535
23                  1.1629      1.3107
24                  1.3148      1.377
;
```

1.2 Fitxer .mod per a 48 hores i 1 període

```
# dades per el problema d'un sol període amb 48 mercats

param T:=48;
param P:=1;
param R:= 1 15;

param mean (tr): 1:=

1     4.373232683
2     2.792303842
3     2.525844646
4     2.324336402
5     2.266191117
6     2.056398692
7     2.003389508
8     1.99651412
9     1.702817956
10    2.57740655
11    3.22406079
12    3.259051249
13    3.040700511
14    2.938620357
15    2.660859737
16    2.587469834
17    2.531191461
18    2.868180926
19    3.844202022
20    4.015067844
21    4.146915148
22    4.218295451
23    3.278865964
24    3.817082625
25    3.817134938
26    2.741439699
27    2.33644991
28    2.152301253
29    2.098914907
30    2.004117912
31    1.912985527
32    1.752565124
```

```
33    1.657807796
34    2.057589609
35    2.450155226
36    2.714934438
37    2.705701261
38    2.804301827
39    2.592367835
40    2.460314051
41    2.412064561
42    2.580226653
43    3.669926391
44    3.839592054
45    4.103173936
46    4.400329304
47    3.815038075
48    4.076936322
;

param stdev (tr) : 1:=

1     0.603403713
2     0.483683432
3     0.477184864
4     0.463310575
5     0.467523119
6     0.434672651
7     0.430591734
8     0.433870953
9     0.373382615
10    0.568979891
11    0.715982927
12    0.72707342
13    0.680562547
14    0.659959078
15    0.599211313
16    0.584315029
17    0.572919263
18    0.650428052
19    0.873545039
20    0.914099869
21    0.946134206
22    0.964140237
23    0.750393562
24    0.875213358
25    0.884842547
26    0.640561054
27    0.548686315
28    0.507532205
29    0.497033287
30    0.476243785
31    0.456018978
32    0.418934071
33    0.39715095
34    0.494283031
35    0.589870306
36    0.655147395
37    0.654141206
38    0.679246128
39    0.629376827
40    0.598468642
41    0.587920439
```

```
42    0.629971443
43    0.897627393
44    0.941081537
45    1.007543629
46    1.082504417
47    0.940093617
48    1.006413066
;

param flatness:=

1     1.704286055
2     1.751138232
3     1.635557918
4     1.455169278
5     0.879673211
6     1.074729636
7     1.367347812
8     1.473029986
9     1.222469866
10    1.11835683
11    1.573220331
12    1.276512025
13    1.2812887
14    1.152248954
15    1.290378383
16    1.494439351
17    1.442510169
18    1.576349515
19    1.719804245
20    1.754142027
21    1.760053005
22    2.173177497
23    2.069271139
24    1.767226871
25    1.704286055
26    1.751138232
27    1.635557918
28    1.455169278
29    0.879673211
30    1.074729636
31    1.367347812
32    1.473029986
33    1.222469866
34    1.11835683
35    1.573220331
36    1.276512025
37    1.2812887
38    1.152248954
39    1.290378383
40    1.494439351
41    1.442510169
42    1.576349515
43    1.719804245
44    1.754142027
45    1.760053005
46    2.173177497
47    2.069271139
48    1.767226871
;
```

```
param skewness:=

1     -0.547209147
2     -0.116649583
3     0.039697955
4     0.077614443
5     -0.043177986
6     0.160022606
7     -0.052169042
8     -0.060539081
9     0.028768371
10    -0.00518339
11    -0.169568987
12    -0.053481001
13    -0.012000799
14    -0.167962921
15    0.262320567
16    0.402828106
17    0.392158604
18    0.378174105
19    0.383323336
20    0.179758361
21    0.257367894
22    0.66451838
23    -0.031445538
24    0.1393591
25    -0.547209147
26    -0.116649583
27    0.039697955
28    0.077614443
29    -0.043177986
30    0.160022606
31    -0.052169042
32    -0.060539081
33    0.028768371
34    -0.00518339
35    -0.169568987
36    -0.053481001
37    -0.012000799
38    -0.167962921
39    0.262320567
40    0.402828106
41    0.392158604
42    0.378174105
43    0.383323336
44    0.179758361
45    0.257367894
46    0.66451838
47    -0.031445538
48    0.1393591
;

param corr:

      1     2     3     4     5     6     7     8     9     10    11
      12    13    14    15    16    17    18    19    20    21    22
      23    24    25    26    27    28    29    30    31    32    33
      34    35    36    37    38    39    40    41    42    43    44
      45    46    47    48:=
1     1     0.801494901 0.636859144 0.528782788 0.465413817 0.405036606
      0.289832997 0.099470024 0.02855378  0.098180865 0.200819229
```

```
      0.203648681 0.17377453  0.197635763 0.199462666 0.145036728
      0.104477871 0.068831336 0.123132887 0.248804131 0.257522238
      0.341866444 0.446411707 0.560642383 0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
2     0.801494901 1     0.890508406 0.78408343  0.730926346 0.68652006
      0.590289435 0.272103441 0.193122176 0.243480047 0.34812397
      0.368984936 0.361627463 0.400929303 0.390064035 0.332572259
      0.300021779 0.273685987 0.279168046 0.339431194 0.316000943
      0.425040238 0.502988169 0.488514616 0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
3     0.636859144 0.890508406 1     0.95452592  0.923401059 0.899257618
      0.782333414 0.394848962 0.3046353   0.341478387 0.425999545
      0.454382316 0.47531085  0.520171236 0.525775688 0.471030976
      0.442762221 0.414181619 0.370493377 0.35116237  0.289273684
      0.444957921 0.544835445 0.395312682 0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
4     0.528782788 0.78408343  0.95452592  1     0.982179781 0.965081419
      0.82715529  0.429846513 0.353685838 0.373725214 0.449341414
      0.481528259 0.51630499  0.55996157  0.574846086 0.518976261
      0.486734107 0.458879195 0.403651519 0.340108133 0.265559451
      0.427636216 0.533069568 0.316038597 0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
5     0.465413817 0.730926346 0.923401059 0.982179781 1     0.987422053
      0.853786632 0.469079318 0.388541695 0.407488051 0.4843394
      0.517230146 0.558709033 0.599715979 0.611385741 0.559427314
      0.533061191 0.509455906 0.446649956 0.352818519 0.262896673
      0.421695378 0.528193805 0.280227475 0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
6     0.405036606 0.68652006  0.899257618 0.965081419 0.987422053 1
      0.89942367  0.536168502 0.453469819 0.467076065 0.534411004
      0.564263784 0.606996312 0.643747515 0.649828168 0.606755963
      0.586198053 0.56576712  0.495811566 0.384136685 0.276443832
      0.430552057 0.515293515 0.255064319 0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
7     0.289832997 0.590289435 0.782333414 0.82715529  0.853786632
      0.89942367  1     0.778355581 0.680403016 0.680201258 0.703189357
      0.712727996 0.729359746 0.737982772 0.725489121 0.720529166
      0.713923017 0.701421665 0.638691552 0.544329216 0.430420967
      0.507146793 0.474108511 0.284934681 0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
8     0.099470024 0.272103441 0.394848962 0.429846513 0.469079318
      0.536168502 0.778355581 1     0.853947773 0.773797066 0.700740282
      0.666342535 0.630044775 0.581255795 0.570817791 0.61655041
      0.624654865 0.620970179 0.589157996 0.558615965 0.530696481
      0.431483086 0.23016736  0.176847579 0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
9     0.02855378  0.193122176 0.3046353   0.353685838 0.388541695
      0.453469819 0.680403016 0.853947773 1     0.924959573 0.81143838
      0.759752236 0.695849017 0.63664077  0.655684787 0.721863107
      0.724104852 0.705125535 0.695488918 0.707503623 0.590205767
      0.400507555 0.300403846 0.2577661   0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
```

```
10    0.098180865 0.243480047 0.341478387 0.373725214 0.407488051
      0.467076065 0.680201258 0.773797066 0.924959573 1     0.920893915
      0.880542441 0.822963155 0.77144867  0.779482043 0.833790113
      0.831397021 0.812456008 0.804185326 0.787526542 0.616143234
      0.453858531 0.410925952 0.35947212  0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
11    0.200819229 0.34812397  0.425999545 0.449341414 0.4843394
      0.534411004 0.703189357 0.700740282 0.81143838  0.920893915 1
      0.973429834 0.933437761 0.894623914 0.86442041  0.886402186
      0.874690371 0.859704952 0.853983191 0.800603472 0.581956153
      0.482753525 0.4533358   0.389813601 0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
12    0.203648681 0.368984936 0.454382316 0.481528259 0.517230146
      0.564263784 0.712727996 0.666342535 0.759752236 0.880542441
      0.973429834 1     0.967048941 0.932412027 0.89792373  0.902960298
      0.885407326 0.867885871 0.852584926 0.782457812 0.559615713
      0.483466216 0.45702497  0.376838775 0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
13    0.17377453  0.361627463 0.47531085  0.51630499  0.558709033
      0.606996312 0.729359746 0.630044775 0.695849017 0.822963155
      0.933437761 0.967048941 1     0.973655049 0.927550469 0.918597751
      0.910505861 0.902162668 0.870513283 0.751635041 0.515439777
      0.494353525 0.467024296 0.336686549 0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
14    0.197635763 0.400929303 0.520171236 0.55996157  0.599715979
      0.643747515 0.737982772 0.581255795 0.63664077  0.77144867
      0.894623914 0.932412027 0.973655049 1     0.951252317 0.929900827
      0.920213444 0.910391026 0.874324866 0.735336134 0.484688783
      0.494947253 0.532451189 0.372195758 0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
15    0.199462666 0.390064035 0.525775688 0.574846086 0.611385741
      0.649828168 0.725489121 0.570817791 0.655684787 0.779482043
      0.86442041  0.89792373  0.927550469 0.951252317 1     0.975390743
      0.951115242 0.922664818 0.885847489 0.748540169 0.497530559
      0.499470029 0.619602716 0.42353367  0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
16    0.145036728 0.332572259 0.471030976 0.518976261 0.559427314
      0.606755963 0.720529166 0.61655041  0.721863107 0.833790113
      0.886402186 0.902960298 0.918597751 0.929900827 0.975390743 1
      0.981363026 0.952788676 0.915971992 0.78949095  0.537719998
      0.510619495 0.600296325 0.41893643  0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
17    0.104477871 0.300021779 0.442762221 0.486734107 0.533061191
      0.586198053 0.713923017 0.624654865 0.724104852 0.831397021
      0.874690371 0.885407326 0.910505861 0.920213444 0.951115242
      0.981363026 1     0.983433821 0.946652468 0.803755898 0.548212422
      0.525672595 0.581468874 0.393439248 0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0
18    0.068831336 0.273685987 0.414181619 0.458879195 0.509455906
      0.56576712  0.701421665 0.620970179 0.705125535 0.812456008
      0.859704952 0.867885871 0.902162668 0.910391026 0.922664818
      0.952788676 0.983433821 1     0.961157803 0.802876117 0.545067735
      0.534657729 0.549182505 0.362098748 0     0     0     0     0
```

```
     0         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0
19   0.123132887 0.279168046 0.370493377 0.403651519 0.446649956
     0.495811566 0.638691552 0.589157996 0.695488918 0.804185326
     0.853983191 0.852584926 0.870513283 0.874324866 0.885847489
     0.915971992 0.946652468 0.961157803 1         0.886175415 0.625281575
     0.567940184 0.566625144 0.462601209 0         0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0
20   0.248804131 0.339431194 0.35116237  0.340108133 0.352818519
     0.384136685 0.544329216 0.558615965 0.707503623 0.787526542
     0.800603472 0.782457812 0.751635041 0.735336134 0.748540169
     0.78949095  0.803755898 0.802876117 0.886175415 1         0.82198292
     0.613932512 0.597442526 0.638311822 0         0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0
21   0.257522238 0.316000943 0.289273684 0.265559451 0.262896673
     0.276443832 0.430420967 0.530696481 0.590205767 0.616143234
     0.581956153 0.559615713 0.515439777 0.484688783 0.497530559
     0.537719998 0.548212422 0.545067735 0.625281575 0.82198292  1
     0.684532075 0.499466789 0.5650878   0         0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0
22   0.341866444 0.425040238 0.444957921 0.427636216 0.421695378
     0.430552057 0.507146793 0.431483086 0.400507555 0.453858531
     0.482753525 0.483466216 0.494353525 0.494947253 0.499470029
     0.510619495 0.525672595 0.534657729 0.567940184 0.613932512
     0.684532075 1         0.651570872 0.556246774 0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0         0
23   0.446411707 0.502988169 0.544835445 0.533069568 0.528193805
     0.515293515 0.474108511 0.23016736  0.300403846 0.410925952
     0.4533358   0.45702497  0.467024296 0.532451189 0.619602716
     0.600296325 0.581468874 0.549182505 0.566625144 0.597442526
     0.499466789 0.651570872 1         0.784907809 0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0         0
24   0.560642383 0.488514616 0.395312682 0.316038597 0.280227475
     0.255064319 0.284934681 0.176847579 0.2577661   0.35947212
     0.389813601 0.376838775 0.336686549 0.372195758 0.42353367
     0.41893643  0.393439248 0.362098748 0.462601209 0.638311822
     0.5650878   0.556246774 0.784907809 1         0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0         0
25   0         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
     0         0         1         0.801494901 0.636859144 0.528782788 0.465413817
     0.405036606 0.289832997 0.099470024 0.02855378  0.098180865
     0.200819229 0.203648681 0.17377453  0.197635763 0.199462666
     0.145036728 0.104477871 0.068831336 0.123132887 0.248804131
     0.257522238 0.341866444 0.446411707 0.560642383
26   0         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
     0         0         0.801494901 1         0.890508406 0.78408343  0.730926346
     0.68652006  0.590289435 0.272103441 0.193122176 0.243480047
     0.34812397  0.368984936 0.361627463 0.400929303 0.390064035
     0.332572259 0.300021779 0.273685987 0.279168046 0.339431194
     0.316000943 0.425040238 0.502988169 0.488514616
27   0         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
     0         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
     0         0         0.636859144 0.890508406 1         0.95452592  0.923401059
```

0.899257618 0.782333414 0.394848962 0.3046353 0.341478387
0.425999545 0.454382316 0.47531085 0.520171236 0.525775688
0.471030976 0.442762221 0.414181619 0.370493377 0.35116237
0.289273684 0.444957921 0.544835445 0.395312682
28 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0.528782788 0.78408343 0.95452592 1 0.982179781
0.965081419 0.82715529 0.429846513 0.353685838 0.373725214
0.449341414 0.481528259 0.51630499 0.55996157 0.574846086
0.518976261 0.486734107 0.458879195 0.403651519 0.340108133
0.265559451 0.427636216 0.533069568 0.316038597
29 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0.465413817 0.730926346 0.923401059 0.982179781 1
0.987422053 0.853786632 0.469079318 0.388541695 0.407488051
0.4843394 0.517230146 0.558709033 0.599715979 0.611385741
0.559427314 0.533061191 0.509455906 0.446649956 0.352818519
0.262896673 0.421695378 0.528193805 0.280227475
30 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0.405036606 0.68652006 0.899257618 0.965081419
0.987422053 1 0.89942367 0.536168502 0.453469819 0.467076065
0.534411004 0.564263784 0.606996312 0.643747515 0.649828168
0.606755963 0.586198053 0.56576712 0.495811566 0.384136685
0.276443832 0.430552057 0.515293515 0.255064319
31 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0.289832997 0.590289435 0.782333414 0.82715529
0.853786632 0.89942367 1 0.778355581 0.680403016 0.680201258
0.703189357 0.712727996 0.729359746 0.737982772 0.725489121
0.720529166 0.713923017 0.701421665 0.638691552 0.544329216
0.430420967 0.507146793 0.474108511 0.284934681
32 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0.099470024 0.272103441 0.394848962 0.429846513
0.469079318 0.536168502 0.778355581 1 0.853947773 0.773797066
0.700740282 0.666342535 0.630044775 0.581255795 0.570817791
0.61655041 0.624654865 0.620970179 0.589157996 0.558615965
0.530696481 0.431483086 0.23016736 0.176847579
33 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0.02855378 0.193122176 0.3046353 0.353685838
0.388541695 0.453469819 0.680403016 0.853947773 1 0.924959573
0.81143838 0.759752236 0.695849017 0.63664077 0.655684787
0.721863107 0.724104852 0.705125535 0.695488918 0.707503623
0.590205767 0.400507555 0.300403846 0.2577661
34 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0.098180865 0.243480047 0.341478387 0.373725214
0.407488051 0.467076065 0.680201258 0.773797066 0.924959573 1
0.920893915 0.880542441 0.822963155 0.77144867 0.779482043
0.833790113 0.831397021 0.812456008 0.804185326 0.787526542
0.616143234 0.453858531 0.410925952 0.35947212
35 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0.200819229 0.34812397 0.425999545 0.449341414
0.4843394 0.534411004 0.703189357 0.700740282 0.81143838
0.920893915 1 0.973429834 0.933437761 0.894623914 0.86442041
0.886402186 0.874690371 0.859704952 0.853983191 0.800603472
0.581956153 0.482753525 0.4533358 0.389813601

```
36    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0.203648681 0.368984936 0.454382316 0.481528259
      0.517230146 0.564263784 0.712727996 0.666342535 0.759752236
      0.880542441 0.973429834 1    0.967048941 0.932412027 0.89792373
      0.902960298 0.885407326 0.867885871 0.852584926 0.782457812
      0.559615713 0.483466216 0.45702497  0.376838775
37    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0.17377453  0.361627463 0.47531085  0.51630499
      0.558709033 0.606996312 0.729359746 0.630044775 0.695849017
      0.822963155 0.933437761 0.967048941 1    0.973655049 0.927550469
      0.918597751 0.910505861 0.902162668 0.870513283 0.751635041
      0.515439777 0.494353525 0.467024296 0.336686549
38    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0.197635763 0.400929303 0.520171236 0.55996157
      0.599715979 0.643747515 0.737982772 0.581255795 0.63664077
      0.77144867  0.894623914 0.932412027 0.973655049 1    0.951252317
      0.929900827 0.920213444 0.910391026 0.874324866 0.735336134
      0.484688783 0.494947253 0.532451189 0.372195758
39    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0.199462666 0.390064035 0.525775688 0.574846086
      0.611385741 0.649828168 0.725489121 0.570817791 0.655684787
      0.779482043 0.86442041  0.89792373  0.927550469 0.951252317 1
      0.975390743 0.951115242 0.922664818 0.885847489 0.748540169
      0.497530559 0.499470029 0.619602716 0.42353367
40    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0.145036728 0.332572259 0.471030976 0.518976261
      0.559427314 0.606755963 0.720529166 0.61655041  0.721863107
      0.833790113 0.886402186 0.902960298 0.918597751 0.929900827
      0.975390743 1    0.981363026 0.952788676 0.915971992 0.78949095
      0.537719998 0.510619495 0.600296325 0.41893643
41    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0.104477871 0.300021779 0.442762221 0.486734107
      0.533061191 0.586198053 0.713923017 0.624654865 0.724104852
      0.831397021 0.874690371 0.885407326 0.910505861 0.920213444
      0.951115242 0.981363026 1    0.983433821 0.946652468 0.803755898
      0.548212422 0.525672595 0.581468874 0.393439248
42    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0.068831336 0.273685987 0.414181619 0.458879195
      0.509455906 0.56576712  0.701421665 0.620970179 0.705125535
      0.812456008 0.859704952 0.867885871 0.902162668 0.910391026
      0.922664818 0.952788676 0.983433821 1    0.961157803 0.802876117
      0.545067735 0.534657729 0.549182505 0.362098748
43    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0.123132887 0.279168046 0.370493377 0.403651519
      0.446649956 0.495811566 0.638691552 0.589157996 0.695488918
      0.804185326 0.853983191 0.852584926 0.870513283 0.874324866
      0.885847489 0.915971992 0.946652468 0.961157803 1    0.886175415
      0.625281575 0.567940184 0.566625144 0.462601209
44    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
      0    0    0.248804131 0.339431194 0.35116237  0.340108133
      0.352818519 0.384136685 0.544329216 0.558615965 0.707503623
      0.787526542 0.800603472 0.782457812 0.751635041 0.735336134
```

```
      0.748540169 0.78949095  0.803755898 0.802876117 0.886175415 1
      0.82198292  0.613932512 0.597442526 0.638311822
45    0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0.257522238 0.316000943 0.289273684 0.265559451
      0.262896673 0.276443832 0.430420967 0.530696481 0.590205767
      0.616143234 0.581956153 0.559615713 0.515439777 0.484688783
      0.497530559 0.537719998 0.548212422 0.545067735 0.625281575
      0.82198292  1     0.684532075 0.499466789 0.5650878
46    0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0.341866444 0.425040238 0.444957921 0.427636216
      0.421695378 0.430552057 0.507146793 0.431483086 0.400507555
      0.453858531 0.482753525 0.483466216 0.494353525 0.494947253
      0.499470029 0.510619495 0.525672595 0.534657729 0.567940184
      0.613932512 0.684532075 1     0.651570872 0.556246774
47    0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0.446411707 0.502988169 0.544835445 0.533069568
      0.528193805 0.515293515 0.474108511 0.23016736  0.300403846
      0.410925952 0.4533358   0.45702497  0.467024296 0.532451189
      0.619602716 0.600296325 0.581468874 0.549182505 0.566625144
      0.597442526 0.499466789 0.651570872 1     0.784907809
48    0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0     0     0     0     0     0     0     0     0
      0     0     0.560642383 0.488514616 0.395312682 0.316038597
      0.280227475 0.255064319 0.284934681 0.176847579 0.2577661
      0.35947212  0.389813601 0.376838775 0.336686549 0.372195758
      0.42353367  0.41893643  0.393439248 0.362098748 0.462601209
      0.638311822 0.5650878   0.556246774 0.784907809 1
;

param sigmax (tr):      1:=

1     0.1364
2     0.1701
3     0.1848
4     0.1946
5     0.201
6     0.2057
7     0.209
8     0.2112
9     0.213
10    0.2144
11    0.2156
12    0.2165
13    0.2172
14    0.2179
15    0.2184
16    0.219
17    0.2195
18    0.2199
19    0.2203
20    0.2207
21    0.2212
22    0.2215
23    0.2218
24    0.2222
25    0.2245
26    0.2262
```

```
27    0.2273
28    0.2282
29    0.229
30    0.2298
31    0.2305
32    0.231
33    0.2315
34    0.2321
35    0.2326
36    0.2331
37    0.2335
38    0.2339
39    0.2344
40    0.2349
41    0.2353
42    0.2357
43    0.2361
44    0.2365
45    0.2369
46    0.2374
47    0.2377
48    0.2381
;

param xprice (tr): 1:=

1     1.4662
2     1.0124
3     0.9095
4     0.8245
5     0.7979
6     0.6998
7     0.673
8     0.6691
9     0.5096
10    0.9238
11    1.1474
12    1.158
13    1.0885
14    1.0542
15    0.9548
16    0.9267
17    0.9046
18    1.0295
19    1.3223
20    1.3657
21    1.3979
22    1.4149
23    1.1629
24    1.3148
25    1.3143
26    0.9829
27    0.8228
28    0.7405
29    0.7152
30    0.6688
31    0.6221
32    0.5344
33    0.4787
34    0.6946
35    0.8691
```

```
36    0.9716
37    0.9681
38    1.0038
39    0.9251
40    0.8727
41    0.8528
42    0.9201
43    1.2723
44    1.3174
45    1.3837
46    1.4535
47    1.3107
48    1.377
;
```

ANNEXE III

Fitxers .run

3.1 Fitxer .run

```
model --------.mod;
data ---------.dat;

#################
# Parameteres
#################

let P :=2;
let wpmean := 0.78;
let wpvariance := 0.2;
let wpskewness := 0.01;
let wpflatness := 0.01;
#################

display wpmean,wpvariance,wpskewness,wpflatness>07-06-13.res;

param psi:=0.24154;


#####################################
#Paràmetres per a incloure en el model d'optmimització
#####################################
param nScen integer;
let nScen:=prod{i in 1..P}R[i];
set Scen:=1..nScen ordered;
set Inter:=1..2*T;
param Prob{Scen};
param PreuD{Inter, Scen};
param nBScen integer; # nombre de grups d'escenaris;
```

```
let nBScen := R[1];

set BScen{1..nBScen};

for {i in 1..nBScen}
{
let BScen[i]:=(i-1)*R[2]+1..(i-1)*R[2]+R[2] by 1;
}

#######################################

var lastX{1..T};
var actualX{1..T};

param countscen;
let countscen:=0;

param actualnode;
param nmax;
let nmax:=1;
let actualnode:=1;

let Period[actualnode]:=1;

for {p in 1..P}
{


let per:=p;

display per;

repeat while Period[actualnode]=p
{

	if p<2 then{
		for{t in 1..T}
		{
		let mcorrected[t]:=mean[p,t];
		}
	}
	else
	{
		for{t in 1..T}
		{
		let lastX[t]:=log(FinalPrice[actualnode,t])-(sigmax[p-
1,t]^2)/2;
		let actualX[t]:= xprice[(p-1),t]+psi*(lastX[t]-xprice[p-
1,t]);
		let mcorrected[t]:=exp(actualX[t] + sigmax[p,t]^2);
		}
	}


	option solver minosamp;
	option minos_options
'superbasics_limit=1000,major_iterations=100';
	option randseed 0;
	solve;
	option display_max_2d_cols 10;
	option display_width 150;
```

```
      printf "\n El periode actual es ";
      display p;
      display p>intermedi.res;
      display actualnode>intermedi.res;
      display Proba, Price,R, ResidualCov > intermedi.res;


commands copiaresultatstree.run;


    };
}

display Predecessor>intermedi.res;
display Probability>intermedi.res;
display FinalPrice>intermedi.res;
display nScen>resultats.res;
display Prob>resultats.res;
display PreuD>resultats.res;
display nBScen>resultats.res;
display BScen>resultats.res;
```

3.2 Fitxerfan .run

```
model ----------.mod;
data -----------.dat;
#################
# Parameteres
#################

let wpmean := 0.45;
let wpvariance := 0.45;
let wpskewness := 0.05;
let wpflatness := 0.05;
#################

display wpmean,wpvariance,wpskewness,wpflatness>07-06-13.res;

param psi:=0.24154;


#####################################
#Paràmetres per a incloure en el model d'optmimització
#####################################
param nScen integer;
let nScen:=prod{i in 1..P}R[i];
set Scen:=1..nScen ordered;
set Inter:=1..2*T;
param Prob{Scen};
param PreuD{Inter, Scen};
param nBScen integer; # nombre de grups d'escenaris;

let nBScen := R[1];

set BScen{1..nBScen};

for {i in 1..nBScen}
{
```

```
let BScen[i]:=(i-1)*R[2]+1..(i-1)*R[2]+R[2] by 1;
}

#######################################

var lastX{1..T};
var actualX{1..T};

param countscen;
let countscen:=0;

param count integer;
let count:=2;

param actualnode;
param nmax;
let nmax:=1;
let actualnode:=1;

let Period[actualnode]:=1;

for {p in 1..P}
{


let per:=p;

display per;

repeat while Period[actualnode]=p
{
      for{i in 1..T}
      {
            for{j in 1..T:j>i}
            {

                  if corr[i,j]=0 then
                  {
                  let w[i,j]:=0;
                  }
            else
                  {
                  let
w[i,j]:=wpcov[i,j]/(corr[i,j]*(stdev[per,i]*stdev[per, j]))^2;
                  #let w[i,j]:=1;

                  }
            }
      }


      if p<2 then{
            for{t in 1..T}
            {
            let mcorrected[t]:=mean[p,t];
            }
      }
      else
      {
            for{t in 1..T}
            {
```

```
            let lastX[t]:=log(FinalPrice[actualnode,t])-(sigmax[p-
1,t]^2)/2;
            let actualX[t]:= xprice[(p-1),t]+psi*(lastX[t]-xprice[p-
1,t]);
            let mcorrected[t]:=exp(actualX[t] + sigmax[p,t]^2);
            }
      }


      option solver minosamp;
      option minos_options
'superbasics_limit=1500,major_iterations=100';
      option randseed 0;
      solve;
      option display_max_2d_cols 10;
      option display_width 150;
      printf "\n El periode actual es ";
      display p;
      display p>intermedi.res;
      display actualnode>intermedi.res;
      display Proba, Price,R, ResidualCov > intermedi.res;
      commands copiaresultatsfan.run;
    };
}

display Predecessor> intermedi.res;
display Probability>intermedi.res;
display FinalPrice>intermedi.res;
display nScen>resultats.res;
display Prob>resultats.res;
display PreuD>resultats.res;
display nBScen>resultats.res;
```

3.3 Copiaresultatstree .run

```
      for {k in 1..R[per]}
            {
                  let nmax:=nmax+1;
                  let Period[nmax]:=p+1;
                  let Predecessor[nmax]:=actualnode;
                  let Probability[nmax]:=Proba[k];
                  if p>1 then
                  {
                  let countscen:=countscen+1;
                  let
Prob[countscen]:=Proba[k]*Probability[actualnode];

                        for{m in 1..T}
                        {
                        let
PreuD[m,countscen]:=FinalPrice[actualnode,m];
                        }
                  }
                  for {t in 1..T}
                  {
                        let FinalPrice[nmax,t]:=Price[t,k];
                        if p>1 then
```

```
                        {
                        let PreuD[24+t,countscen]:=Price[t,k];
                        }
                  }
            }

      let actualnode:=actualnode+1;
      display SumRes>intermedi.res;
      display _total_solve_time;
      display SumRes>intermedi2.res;
      display _total_solve_time>intermedi2.res;
```

3.4 Copiaresultatsfan .run

```
            for {k in 1..R[per]}
            {
                  let nmax:=nmax+1;
                  let Period[nmax]:=p+1;
                  let Predecessor[nmax]:=actualnode;
                  let Probability[nmax]:=Proba[k];
                  if count>1 then
                  {
                  let countscen:=countscen+1;
                  let
Prob[countscen]:=Proba[k]*Probability[actualnode];
                  }
                  if count>1 then
                  {
                        for{m in 1..T}
                        {
                        let PreuD[m,countscen]:=Price[m,k];
                        }
                  }
                  for {t in 1..T}
                  {
                        let FinalPrice[nmax,t]:=Price[t,k];
                  }
            }

      let actualnode:=actualnode+1;
      display SumRes>intermedi.res;
      display _total_solve_time;
      display SumRes>intermedi2.res;
      display _total_solve_time>intermedi2.res;
```